

آیا می‌دانستید با عضویت در سایت جزوه بان می‌توانید به صورت رایگان جزوات و نمونه

سوالات دانشگاهی را دانلود کنید؟؟

فقط کافیست روی لینک زیر ضربه بزنید



[ورود به سایت جزوه بان](#)

Jozveban.ir

telegram.me/jozveban

sapp.ir/sopnuu

جزوات و نمونه سوالات پیام نور



@sopnuu

jozveban.ir

سازه های فولاد

روش حالت های حدی



دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

نیمسال اول ۹۱-۹۲

شنبه ۱۴-۱۶ کلا

چهارشنبه ۱۲-۱۰ کلا

سایت اینترنتی: سایت آموزش مجازی دانشگاه

<http://www.vu.um.ac.ir>

ع. کرم الدین



- **هدف:** آشنایی با اصول و مبانی و روشهای طراحی سازه های فولادی. استفاده از روش حالت های حدی برای طراحی اعضای کششی ، فشاری و خمشی (تیرها) و همچنین آشنایی با وسایل اتصال در سازه های فولادی.

- **سرفصل درس:**

فصل اول- کلیات

فصل دوم- فولاد و خواص آن

فصل سوم- اعضای کششی

فصل چهارم- اعضای فشاری

فصل پنجم- اعضای خمشی (تیرها)

فصل ششم- اعضای فشاری خمشی (تیر ستون ها)

• مراجع:

- ۱- سازه های فولادی - دکتر فریدون ایرانی
- ۲- طراحی سازه های فولادی به روش حالت های حدی- دکتر فریدون ایرانی
- ۳- سازه های فولادی- مهندس شاپور طاحونی
- ۴- سازه های فولادی- دکتر رسول میرقادری
- ۵- مقررات ملی ساختمانی ایران-مبحث دهم، سازه های فولادی
- ۶- فرمولر سازه های فولادی- دکتر فریدون ایرانی
- 7- Steel Structures, Design and Behavior, Salmon & Johnson
- 8- Structural Steel Design, J. C. McCormac
- 9- Design of Steel Structures, Gaylord ترجمه: مهندس کامبیز شایان

• تکلیف ها:

- در انتهای هر فصل تمرین هایی برای حل ارائه خواهند شد. دانشجویان باید در مدت یک هفته تمرین ها را حل و تحویل دهند.

• ارزیابی:

- ۱- تکلیف ها ۱۰٪
- ۲- امتحان میان ترم ۳۰٪ (در پایان فصل چهارم)
- ۳- امتحان پایان ترم ۶۰٪

سازه های فولادی ۱



فصل اول

کلیات

فصل اول – کلیات

طراحی سازه

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



- طراحی سازه ترکیبی از علم، تجربه و هنر برای ایجاد یک سازه ایمن و اقتصادی است.
- هدف از طراحی سازه تعیین نوع، جنس، فرم و ابعاد اجزای آن است به طوری که معیارهای زیر را برآورده کند:
 - ایمنی
 - خدمت پذیری
 - دوام
 - اقتصادی
 - اجرایی



▪ مراحل طراحی یک پروژه به شرح زیر است :

- ۱- طراحی معماری
- ۲- انتخاب نوع و فرم سازه متناسب با طرح معماری
- ۳- مدلسازی و تعیین بارهای وارد بر سازه
- ۴- انتخاب یا تعیین ابعاد اولیه اعضای سازه
- ۵- تحلیل سازه
- ۶- ارزیابی و بازنگری اعضای سازه
- ۷- تکرار گام های ۴ الی ۶ تا رسیدن به نتیجه مطلوب

فصل اول – کلیات

بارهای وارد بر سازه

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



□ بارهای وارد بر یک سازه دارای منشا و ماهیت های مختلفی هستند. به دلیل متغیر بودن بارها تعیین دقیق مقدار و موقعیت آنها ممکن نیست و باید به صورت تقریبی تخمین زده شوند. برخی از انواع آنها عبارتند از:



- بارهای مرده
- بارهای زنده
- بار برف
- بار باد
- باز زلزله



• بارهای مرده (Dead Loads)

- این بارها شامل وزن سازه و اجزای الحاق شده به آن هستند. مقدار و موقعیت این بارها در طول عمر سازه تقریباً ثابت بوده و تغییر نمی کند.

▪ بارهای زنده (Live Loads)

- بارهای ثقیلی هستند که در اثر بهره برداری از سازه به وجود می آیند. مقدار و موقعیت این بارها در طول عمر سازه ثابت نبوده و تغییر می کند.



▪ بار برف (Snow Load)

- بار وزن حاصل از بارش برف است که بر بام ها اعمال می شود. مقدار بار برف در مناطق مختلف متفاوت است

▪ بار باد (Wind Load)

- بار جانبی حاصل از وزش باد در سازه است. مقدار آن به شکل ، ارتفاع و موقعیت سازه بستگی دارد و به صورت فشار و مکش بر سطوح مختلف سازه اعمال می شود.



▪ بار زلزله (Earthquake load)

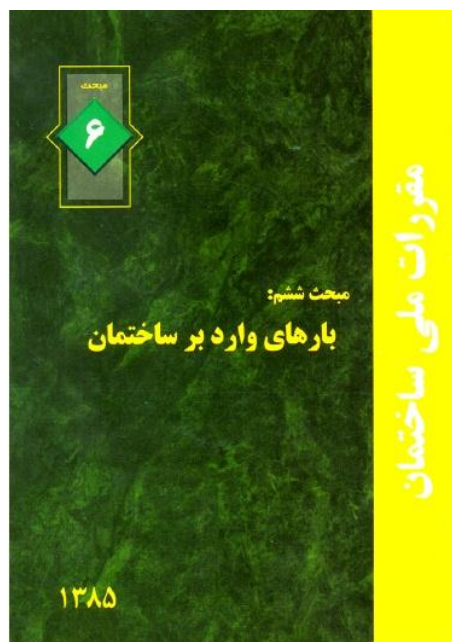
- بار جانبی ناشی از لرزش زمین است. مقدار آن به پارامترهای مختلفی نظیر موقعیت، نوع، وزن و سختی سازه بستگی دارد.

▪ سایر بارها

- بارهای دیگری نظیر فشار جانبی خاک و مایعات، تغییر درجه حرارت و نشست تکیه گاه نیز گاهی بر سازه ها اعمال می شوند

▪ مقررات و آیین نامه های بار گذاری

- برای تعیین بارهای وارد بر سازه از مقررات و آیین نامه های مربوطه استفاده می شود



- مبحث ششم مقررات ملی ساختمانی ایران
- استاندارد ۵۱۹
- استاندارد ۲۸۰۰ - بار گذاری زلزله

فصل اول – کلیات

تاریخچه سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



- ۱۷۸۰-۱۸۵۰ دوره چدن
- ۱۸۵۰-۱۹۰۰ دوره آهن
- ۱۸۸۰ تاکنون دوره فولاد
- ۱۷۷۷-۱۷۷۹ اولین کاربرد آهن به صورت چدن در یک پل قوسی به دهانه ۳۰ متر در انگلستان انجام شد.



پل معروف Coalbrookdale در انگلستان

فصل اول – کلیات

تاریخچه سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



- ۱۸۲۰-۱۷۸۰ در این دوره تعدادی پل با استفاده از چدن ساخته شدند.



پل Thomas Wilson با دهانه ۷۲ متر در انگلستان



پل Southwark با دهانه ۷۳ متر در لندن

فصل اول – کلیات

تاریخچه سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• ۱۸۴۶-۱۸۵۰ پل آهنی چهار دهانه Brittainia در ولز ساخته شد



پل Brittainia با دهانه های ۷۰-۱۴۲-۱۴۲-۷۰



- ۱۸۵۵ فرایند بسمر (Bessemer) برای تولید حجیم فولاد آغاز شد.

- ۱۸۹۰ تاکنون فولاد جانشین آهن شد و در حال حاضر انواع مقاطع فولادی با تنش جاری شدن 165 MPa تا 690 MPa تولید می شود.



□ فولاد دارای ویژگی های مثبتی است که باعث شده در بسیاری از کشورها به عنوان رایج ترین مصالح سازه ای مورد استفاده قرار گیرد.

○ برخی از این ویژگی ها عبارتند از:

▪ مقاومت بالا (High Strength)

این ویژگی باعث کوچک شدن اعضا و کاهش وزن سازه می گردد.



• یکنواختی (Uniformity)

خواص فولاد ثابت است و مانند بتن تغییر نمی کند

• الاستیسیته (Elasticity)

فولاد دارای رفتار خطی است و به خوبی از قانون

هوک تبعیت می کند

• شکل پذیری (Ductility)

یکی از ویژگی های بسیار مطلوب فولاد تحمل بالای تغییر شکل های پلاستیک قبل از خرابی است



• طاقت یا چقرمگی (Toughness)

فولاد دارای مقاومت و شکل پذیری بالا و در نتیجه قابلیت جذب انرژی بالایی است

• تقویت و توسعه

تقویت و توسعه سازه های فولادی از دیدگاه اجرایی بسیار آسان تر است



■ فولاد در مقابل ویژگی های مثبت دارای برخی نقاط
ضعیف نیز می باشد که عبارتند از:

• هزینه نگه داری (Maintenance)

برای جلوگیری از خوردگی فولاد در مقابل آب
هوا و رطوبت نیاز به مراقبت و رنگ آمیزی دارد

• آتش (Fire)

مقاومت فولاد در مقابل آتش و حرارت بالا به
شدت کاهش می یابد و نیاز به مراقبت ویژه دارد



- **کمانش (Buckling)**

به دلیل مقاومت بالا و در نتیجه لاغری بیشتر اعضای فولادی خطر کمانش در آن ها بیشتر است

- **خستگی (Fatigue)**

مقاومت فولاد در مقابل بارهای تکراری کاهش می یابد

- **ترد شکنی (Brittle Fracture)**

شکل پذیری فولاد در بعضی شرایط خاص مانند درجه حرارت های خیلی کم کاهش یافته و خطر تردشکنی وجود دارد



□ سازه های فولادی را می توان به سه گروه سازه های قابی ، سازه های پوسته ای و سازه های معلق تقسیم کرد

■ سازه های قابی (Frame Structures)

- این سازه ها از تیرها ، ستون ها و مهاربند ها تشکیل شده اند. ساختمان های طبقاتی ، ساختمان های صنعتی و پل ها نمونه هایی از این نوع هستند

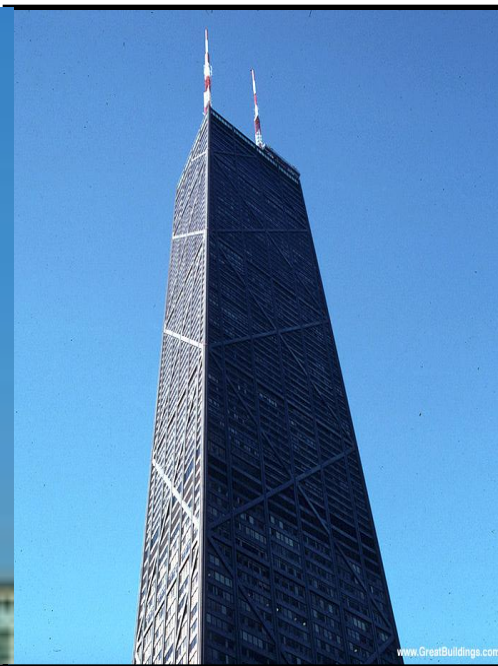
فصل اول – کلیات

انواع سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ساختمان ها



فصل اول – کلیات

انواع سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



پل ها



فصل اول – کلیات

انواع سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



سالن ها و نمایشگاه ها



فصل اول – کلیات

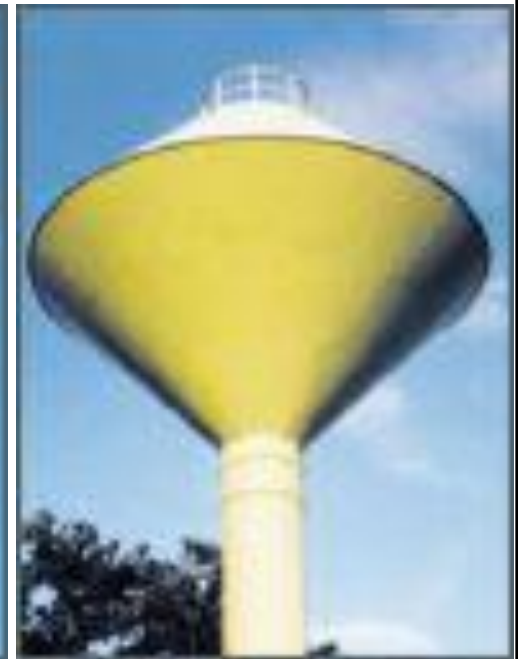
انواع سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



■ سازه های پوسته ای (Shell Structures)

این سازه ها شامل انواع مخازن زمینی و هوایی ، سیلو ها ، کندوها و مانند آنها هستند



فصل اول – کلیات

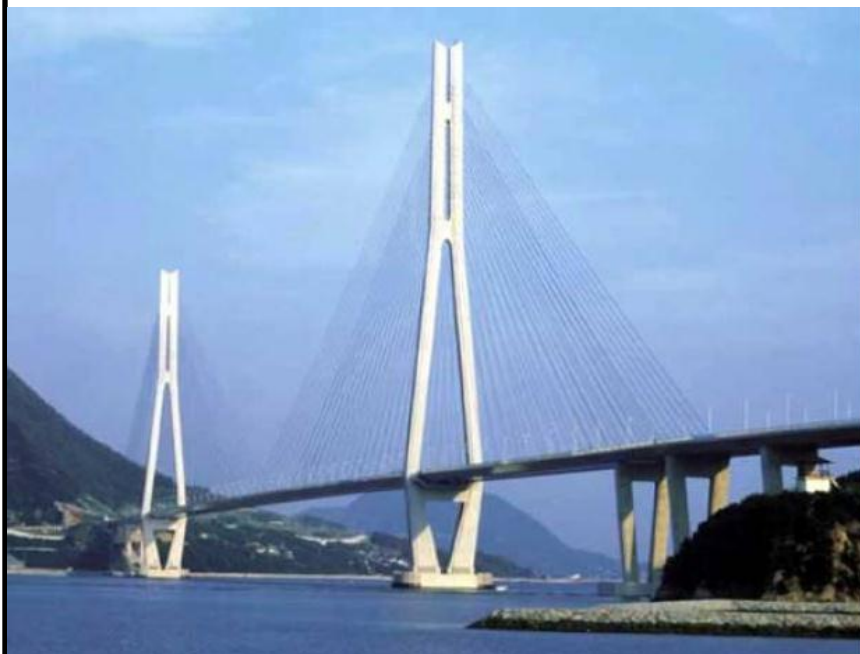
انواع سازه های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



■ سازه های کابلی (Suspension Structures)

- در این سازه ها از مقاومت کششی فولاد به صورت کابل و تاندون استفاده شده و پل های معلق و ترکه ای و سقف های کابلی نمونه آنها هستند



فصل اول – کلیات

انواع عضو های فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



□ عضو های فولادی بسته به رفتار آنها از مقاطع مختلفی

ساخته می شوند که به دو گروه مقاطع نورد شده و

مقاطع ساخته شده تقسیم می شوند

▪ **مقاطع نورد شده (Rolled Sections)**

• این ها شامل مقاطع I ، بال پهن (H) ، ناودانی (U) ، نبشی (L) ، سپری (T) و غیره می شوند

▪ **مقاطع ساخته شده (Built-up Sections)**

• این ها از ترکیب مقاطع نورد شده و یا از ورق ساخته می شوند

فصل اول – کلیات

انواع عضوهای فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



Wide flange
(W-section)



American
standard beam
(S-section)



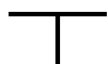
Channels



Angle



Double angle



Structural tee



Pipe section



Structural tubing



Bars



Plate



Zee



I-shaped
double channel



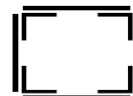
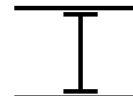
Hat section



Starred angle



Cable



Built-up sections

فصل اول – کلیات

آیین نامه های طراحی فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



■ برای طراحی سازه ها باید از دستورالعمل ها و مقررات مربوطه استفاده شود.

- این دستورالعمل ها حاصل تحقیقات و تجربیات مهندسی است . حاصل این تحقیقات به صورت دستورالعمل های عملی طراحی ارائه شده اند.
- این دستورالعمل ها حداقل مشخصات لازم برای طراحی یک سازه ایمن و اقتصادی است.
- مهندس طراح باید نسبت به این دستورالعمل ها و رفتار مربوط به آنها آگاهی کامل داشته باشد.
- استفاده از این مقررات رافع مسئولیت مهندس طراح نبوده و نهایتاً وی مسئولیت طراحی سازه را به عهده دارد

فصل اول – کلیات

آیین نامه های طراحی فولادی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• مقررات رایج:

• مبحث دهم مقررات ملی ساختمانی ایران ، طرح و اجرای سازه های فولادی

• آیین نامه AISC (American Institute of Steel Construction)



ANSI/AISC 360-05
An American National Standard

Specification for Structural Steel Buildings

March 9, 2005

Supersedes the *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings* dated December 27, 1999, the *Specification for Structural Steel Buildings—Allowable Stress Design and Plastic Design* dated June 1, 1989, including Supplement No. 1, the *Specification for Allowable Stress Design of Single-Angle Members* dated June 1, 1989, the *Load and Resistance Factor Design Specification for Single-Angle Members* dated November 10, 2000, and the *Load and Resistance Factor Design Specification for the Design of Steel Hollow Structural Sections* dated November 10, 2000, and all previous versions of these specifications.

Approved by the AISC Committee on Specifications and issued by the
AISC Board of Directors



AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC.
One East Wacker Drive, Suite 700
Chicago, Illinois 60601-1802



هدف از طراحی: تامین ایمنی و خدمت پذیری سازه

- بارهای وارد بر سازه و مقاومت سازه کمیت های متغیر هستند و نمی توان مقدار دقیق آن ها را تعیین کرد.
- در طراحی سازه برای جلوگیری از خرابی و یا وقوع حالت های بحرانی در طول عمر آن باید یک حاشیه اطمینان در نظر گرفته شود.
- برای تامین حاشیه اطمینان روش های مختلف طراحی مانند روشهای "تنش مجاز"، "طرح خمیری" و حالت های حدی" ارائه شده اند.



روش تنش مجاز (Allowable Stress Design-ASD)

- بارهای سرویس بر سازه اعمال می شوند
- از تحلیل خطی استفاده می شود
- مقاومت سازه با استفاده از یک ضریب اطمینان به تنش مجاز تبدیل می شود

تنش نهایی

$$\text{تنش مجاز} = \frac{\text{تنش نهایی}}{\text{ضریب اطمینان}}$$

• محدودیت ها:

- اثر عدم قطعیت در مقدار بارهای مختلف در نظر گرفته نشده است
- ضریب اطمینان بدون استفاده از روشهای احتمالاتی و به صورت تجربی و کلی تعیین شده است



▪ روش خمیری (Plastic Design)

- بارهای سرویس در ضرایب بار ضرب می شوند
 - تحلیل سازه بر اساس تسلیم و تشکیل مفصل های پلاستیک (تحلیل پلاستیک) انجام می شود
 - طراحی اعضا برای خمش ها و برش های حاصل از تحلیل خمیری انجام می شود
 - محدودیت ها:
- هیچگونه ضریب اطمینانی برای عدم قطعیت در مقاومت مصالح در نظر گرفته نشده است



- روش حالت های حدی (Limit State Design-LSD)
- از بارهای ضریب دار استفاده می شود
- از تحلیل خطی استفاده می شود
- به جای مقاومت نهایی از مقاومت کاهش یافته استفاده می شود
- رابطه طراحی به صورت زیر است:

$$\sum \gamma_i Q_i \leq \phi_i R_n$$

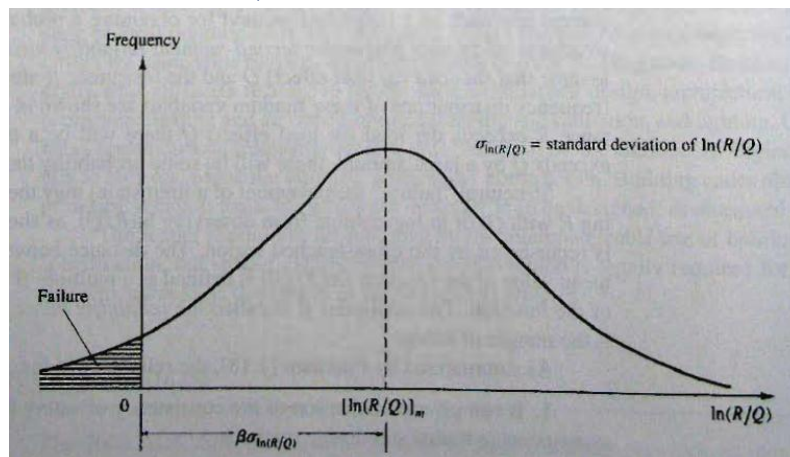
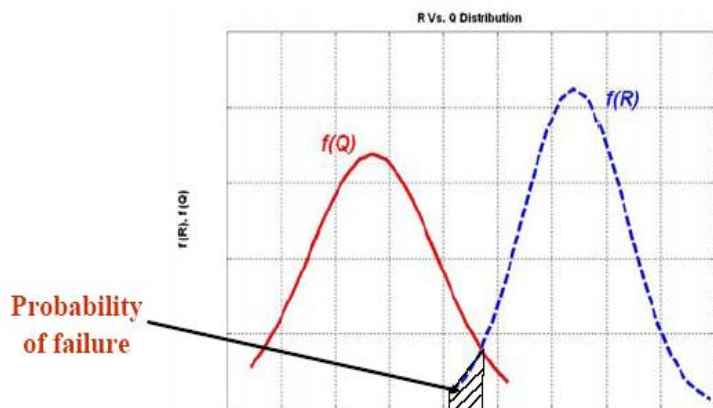
این رابطه در حالت های مختلف

حدی بررسی می شود

- در این رابطه R_u مقاومت اسمی و Q نیروی حالت بارگذاری ز است
 - مزایا: اثرات عدم قطعیت بارها و مقاومت به صورت جداگانه لحاظ شده است
- ضرائب اطمینان با استفاده از قوانین احتمالات بدست آمده اند

■ فلسفه طراحی

- بارها و مقاومت متغیر های تصادفی هستند



توابع $f(R)$ و $f(Q)$ توابع چگالی احتمال بار و مقاومت هستند

- احتمال خرابی (سطح هاشور خورده) برابر است با احتمال آنکه $Q < R$ $[\ln(R/Q) < 0]$ باشد

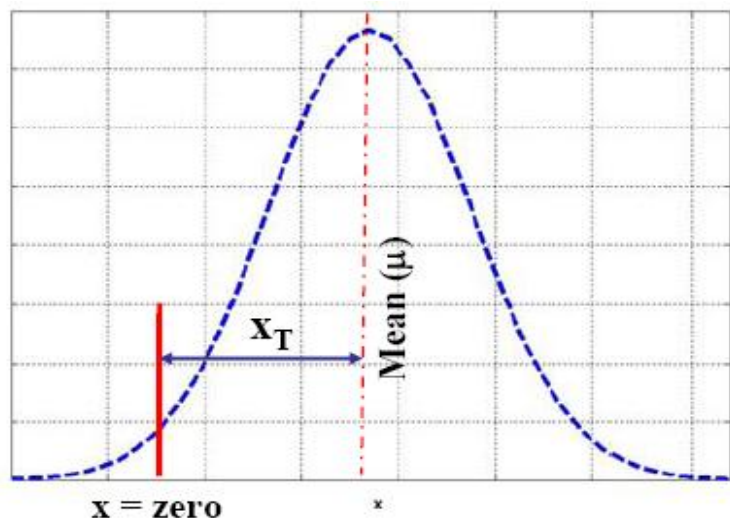
فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



- شاخص قابلیت اطمینان (β -Reliability Index)
- شاخص β فاصله نقطه خرابی را از میانگین نشان می دهد



Lognormal variables

$$\beta = \frac{\left[\ln\left(\frac{R}{Q}\right) \right]_m}{\sigma \left[\ln\left(\frac{R}{Q}\right) \right]}$$

Normal variables

$$\beta = \frac{R_m - Q_m}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}$$

↓
Each β corresponds to a specific probability of failure.

- هرچه مقدار β بیشتر باشد، احتمال خرابی کمتر است
- مقدار β به مقادیر R و Q و توزیع احتمالاتی آنها بستگی دارد



ضرایب بار و مقاومت (Load and Resistant Factors)

- با مشخص بودن توابع توزیع بار و مقاومت ، شاخص β برای هر ترکیب بار گذاری قابل محاسبه است
- هدف تعیین ضرایب بار و مقاومت به ازای مقدار مشخصی از β است
- ضریب کاهش مقاومت ϕ از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\phi = \frac{R_m}{R_n} e^{-0.55 \beta V_R}$$

- V_R واریانس تغییرات مقاومت است
- محاسبه γ در مثال نشان داده شده است

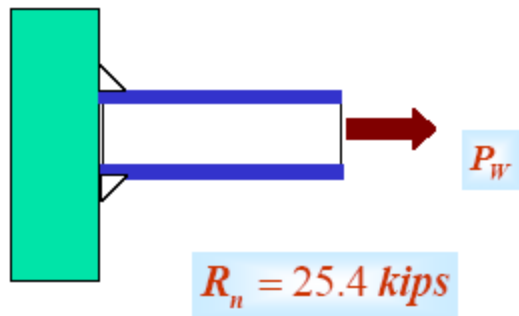
فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



■ مثال



Test #	R (kips)
1	23.5
2	28.1
3	24
4	26.5
5	25.3
6	22.2
7	25.3
8	26.2
9	24.9
10	22.3

Record #	Pw (kips)
1	14.8
2	14.1
3	18.4
4	16.3
5	16.9
6	19.8
7	21.2
8	18.4
9	14.8
10	19.1

- مطلوب است:
- الف - تعیین β
- ب - ضرایب بار و مقاومت برای $POF=0.01\%$

فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

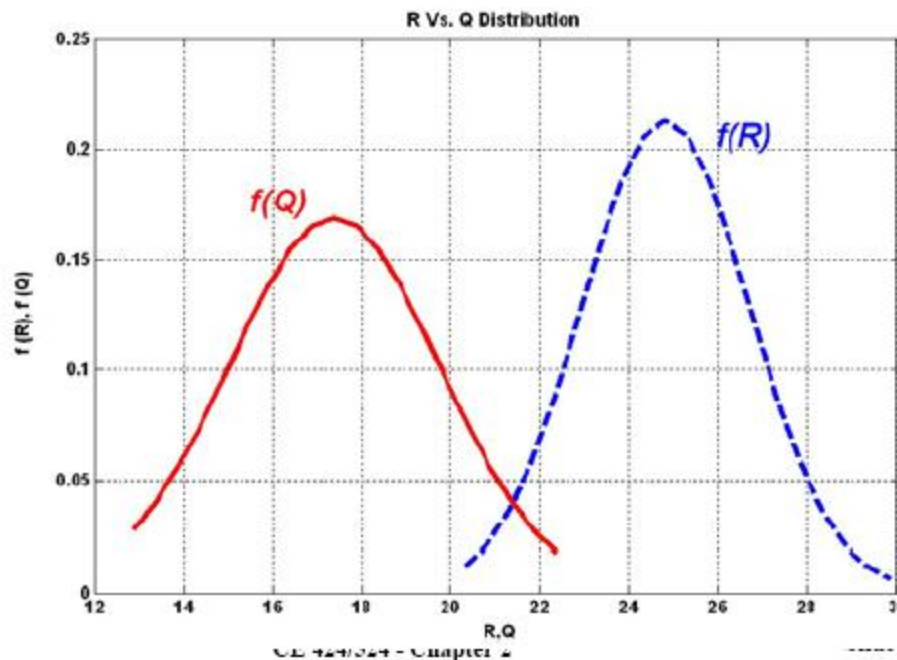
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• شاخص β

$$R_m = 24.83 \text{ kips}$$
$$\sigma_R = 1.87 \text{ kips}$$
$$V_R = 0.075$$

$$Q_m = 17.38 \text{ kips}$$
$$\sigma_Q = 2.36 \text{ kips}$$
$$V_Q = 0.136$$



$$\beta = \frac{R_m - Q_m}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}$$



$$\beta = 2.47 \quad \text{POF} = 0.67\%$$

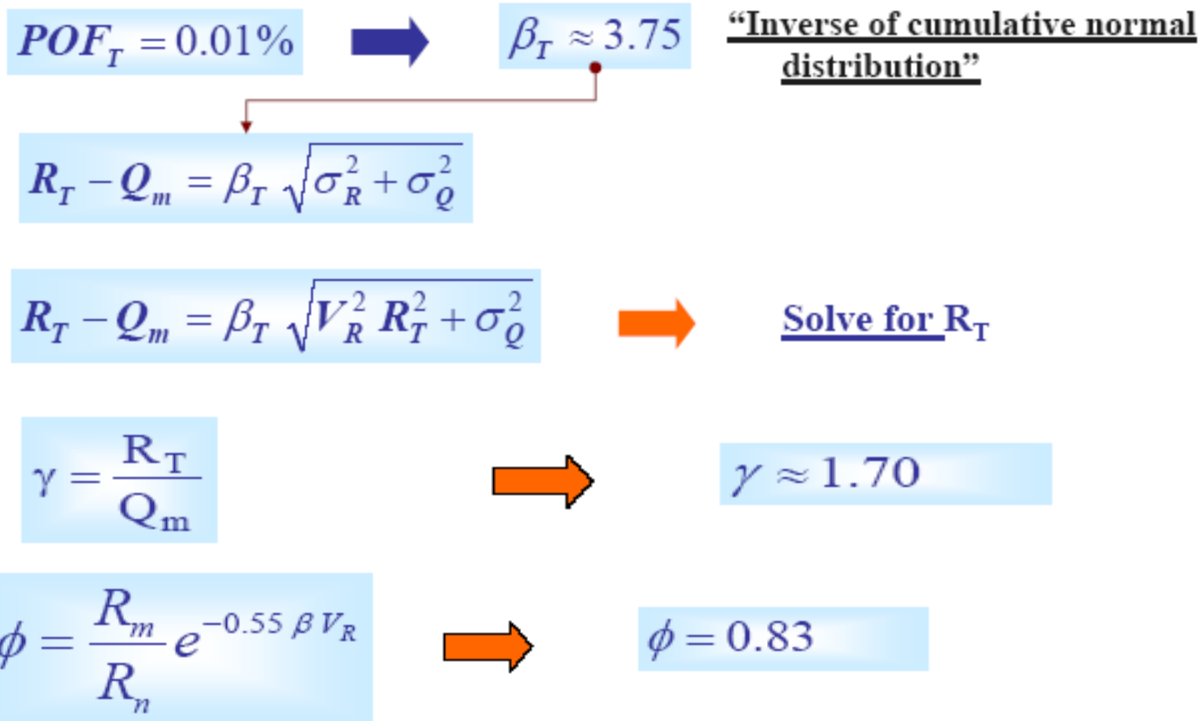
فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• ضرایب بار و مقاومت



فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• شاخص β در AISC

□ AISC Reliability index (β)

	Loading Conditions		
	D + (L or S)	D + L + W	D+L+E
Members	3.0	2.5	1.75
Connections	4.5	4.5	4.5

□ Where

- Dead loads (D)
- Live loads (L)
- Wind Loads (W)
- Earthquakes (E)

فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• ضرایب بار و مقاومت در AISC

$$\sum \gamma_i Q_i \leq \phi_i R_n$$

$\sum \gamma_i Q_i$ {

- 1- $1.4 D$
- 2- $1.2 D + 1.6 L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
- 3- $1.2 D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + 0.5L \text{ or } (0.8W)$
- 4- $1.2 D + 1.6 W + 0.5 L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
- 5- $1.2 D \pm 1.0 E + 0.5 L + 0.2 S$
- 6- $0.9 D \pm (1.3 W \text{ or } 1.0 E)$

□ For garages, load factor for L in load combinations 3,4 and 5 shall be 1.0 and not 0.5 ($L = 100 \text{ psf}$)

$$\phi_i R_n \left\{ \begin{array}{l} \phi = 0.75 - 1.00 \\ \text{for yield } \phi = 0.9 \text{ and for bolt shear } \phi = 0.75 \end{array} \right.$$

- Dead loads (D)
- Live loads (LL)
 - Occupancy load (L)
 - Roof load (L_r)
 - Snow load (S)
 - Rain loads (R)
- Wind Loads (W)
- Earthquake load (E)
- Lateral earth pressure (H)
- Fluid pressures (F)
- Self-restraining force (T)

فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



روش مقاومت مجاز (Allowable Strength Design-ASD)

$$\left[\frac{\phi R_n}{\gamma} = \frac{R_n}{\Omega} \right] \geq [R_a = \sum \gamma_i Q_i]$$

AISC considers the following load combinations in design

$$R_a \leq \frac{R_n}{\Omega}$$

- R_a {
- 1- D
 - 2- D+L
 - 3- D+(L_r or S or R)
 - 4- D+0.75L+0.75(L_r or S or R)
 - 5- D±(W or 0.7E)
 - 6- D+0.75(W or 0.7E)+0.75L+0.75(L_r or S or R)
 - 7- 0.6D±(W or 0.7E)

Ω { $\Omega = \frac{1.5}{\phi}$ for yield $\Omega = 1.67$ and for bolt shear $\Omega = 2.0$

برای بهبود روش تنش مجاز و هماهنگی با روش LSD آیین نامه AISC در سال ۲۰۰۵ روش مقاومت مجاز را جانشین روش تنش مجاز کرد

فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مقایسه ASD با LSD

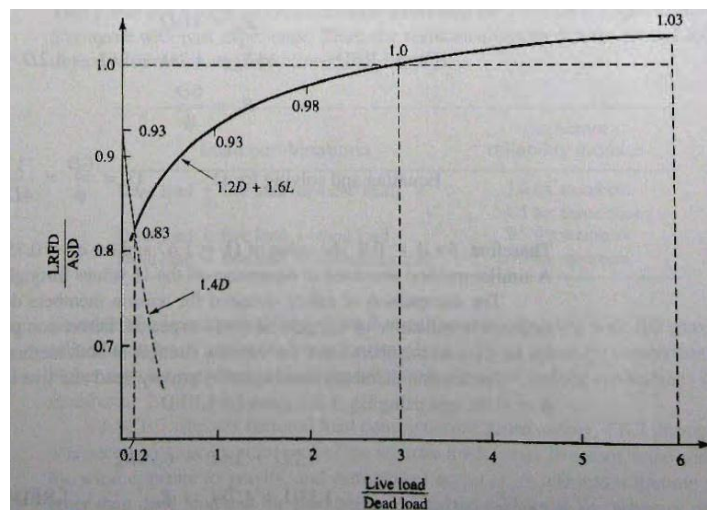
From ASD: $\frac{R_n}{\Omega} = D + L = D + 3D = 4D$

$$R_n = 4D\Omega$$

From LRFD: $\phi R_n = 1.2D + 1.6L = 1.2D + 1.6 \times 3D = 6D$

$$R_n = \frac{6D}{\phi}$$

Equating and solving for Ω : $\Omega = \frac{6D}{\phi} \times \frac{1}{4D} = \frac{1.5}{\phi}$



- برای نسبت $(L/D)=3$ دو روش یکسان هستند
- برای نسبت $(L/D)<3$ روش LRFD اقتصادی تر است
- برای نسبت $(L/D)>3$ روش ASD اندکی اقتصادی تر است

فصل اول – کلیات

روش های مختلف طراحی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



▪ مقررات ملی ساختمانی ایران-مبحث دهم (INBC10)

• روش تنش مجاز (ASD) - از ابتدا تا کنون

• روش حالت حدی (LSD) - از سال ۱۳۸۷

▪ AISC

• روش تنش مجاز (ASD) - از ابتدا تا ۲۰۰۵

• روش ضرایب بار و مقاومت LRFD (LSD) - از سال ۱۹۸۶

• روش مقاومت مجاز (ASD) - از سال ۲۰۰۵



روش حالت حدی (LSD) – NIBC10

حدود کاربرد

طراحی سازه‌های فولادی براساس روش حالات حدی، به‌عنوان روش دیگر طراحی، به‌موازات «طراحی به‌روش تنش‌های مجاز» شناخته می‌شود.

کاربرد این فصل در محدودهٔ ساختمان‌های با کاربری‌های مندرج در قانون نظام مهندسی و کنترل ساختمان و آیین‌نامهٔ اجرایی آن می‌باشد و شامل سازه‌های خاص از قبیل پل‌های جاده و راه‌آهن نیست.

مقررات مندرج در این مقررات باید توأم با معلومات و قضاوت مهندسی به‌کار رود.

روش طراحی در این فصل، طراحی در حالات حدی است. در این

روش سازه طوری طراحی می‌شود که با ایمنی مشخصی، تحت هیچ‌یک از شرایط نامساعد

بارگذاری به‌هیچ‌یک از حالات ویژه که اصطلاحاً «حالات‌های حدی» نامیده می‌شوند، نرسد.

فصل اول – کلیات

روش حالت حدی در NIBC10

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



انواع حالت های حدی

حالات حدی نهایی (مقاومت)	حالات حدی بهره‌برداری
۱ - حالات حدی مقاومت (مشمول بر تسلیم، گسیختگی، کمانش، تبدیل سازه به یک مکانیزم)	۱ - تغییر شکل
۲ - ناپایداری در مقابل واژگونی و تغییر مکان جانبی به حدی که شکل هندسی و در نتیجه رفتار سازه را به کلی تغییر دهد.	۲ - ارتعاش
۳ - گسیختگی به علت خستگی	۳ - خسارات قابل تعمیر به علت خستگی
۴ - تردشکنی	۴ - خوردگی و دوام

سایر ملاحظات:

پایداری کلی و انسجام
مقاومت در برابر آتش سوزی
دوام در برابر عوامل خوردنده

فصل اول – کلیات

روش حالت حدی در NIBC10

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ضرایب بار در INBC10

$$\phi R_n \geq R_r$$

ترکیب بار	شرایط	ردیف
$\frac{1}{4}D$ $\frac{1}{25}D + \frac{1}{5}L$	ترکیب بار مینا ^۱ (مرده + بهره‌برداری)	۱
$D + \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}(E \text{ یا } W)$ $\frac{1}{85}D + \frac{1}{2}(E \text{ یا } W)$	ترکیب بار مرده، بهره‌برداری و زلزله یا باد	۲
$\frac{1}{25}(D + F) + \frac{1}{5}(L + H)$ $\frac{1}{85}D + \frac{1}{25}F + \frac{1}{5}H$	ترکیب بارهای مرده، بهره‌برداری و فشار خاک یا آب	۳
$D + \frac{1}{20}L + T$ $\frac{1}{25}D + \frac{1}{25}T$	ترکیب بارهای مرده، بهره‌برداری و آثار حرارتی، جمع‌شدگی، و نشست تکیه‌گاه‌ها	۴

در حالت حدی بهره‌برداری ضرایب بار مساوی واحد فرض می‌شوند.

فصل اول – کلیات

روش حالت حدی در NIBC10

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ضرایب بار در INBC10

D = بار مرده

L = بار بهره‌برداری شامل بار زنده طبقات و سربار حاکم بر بام (بار زنده بام، بار برف یا

بار باران)

W = بار باد

E = بار زلزله

F = وزن و فشار ناشی از مایعات

H = بار ناشی از وزن و فشار خاک و یا فشار توأم خاک و آب

T = اثرات خودکرنشی ناشی از تغییرات دما، نشست پایه‌ها، وارفتگی و غیره



ضرایب بار در INBC10

در ساختمان‌های صنعتی که سازه برای بار جراثقال سقفی طراحی می‌شود، ترکیبات زیر علاوه بر آنچه در بالا گفته شده، باید بررسی گردد.

جدول ۱۰-۲-۱-۳ ترکیب‌های بارگذاری تکمیلی برای ساختمان‌های صنعتی در حالت حدی نهایی

ردیف	شرایط	ترکیب بار
۱	مرده + جراثقال	$1/25D + 1/5A$
۲	مرده + جراثقال + برف	$1/25D + 1/5S + 1/5A$
۳	مرده + زلزله	$D + 1/2(W \text{ یا } E) + 1/2\bar{A}$

A = کلیه بارهای ناشی از جراثقال شامل وزن پل‌ها، ارابه، باری که بلند می‌شود همراه با اثر ضربه در آنها.

\bar{A} = بار ناشی از وزن جراثقال به‌تنهایی شامل وزن پل‌ها و ارابه به‌اضافه درصدی از بار زنده با توجه به‌میزان بهره‌برداری جراثقال.

فصل اول – کلیات

روش حالت حدی در NIBC10

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ضرایب کاهش مقاومت در INBC10

$\phi_c = 0.9$ (برای فشار محوری)

$\phi_v = 0.9$ تا 1.0 (برای برش)

$\phi_b = 0.9$ (برای لنگر خمشی)

$\phi_t = 0.9$ (برای تسلیم عضو کششی)

$\phi_t = 0.75$ (برای گسیختگی عضو کششی)

$\phi = 0.75$ (برای مقاومت اتکایی)

$\phi_T = 0.9$ (برای لنگر پیچشی)

سازه های فولادی ۱



فصل سوم

اعضای کششی



• سرفصل مطالب

- کاربرد اعضای کششی
- مقاطع مناسب
- مقاومت کششی اسمی
- سطح مقطع خالص
- سطح مقطع موثر
- پارگی برشی
- لاغری اعضای کششی
- میله های کششی

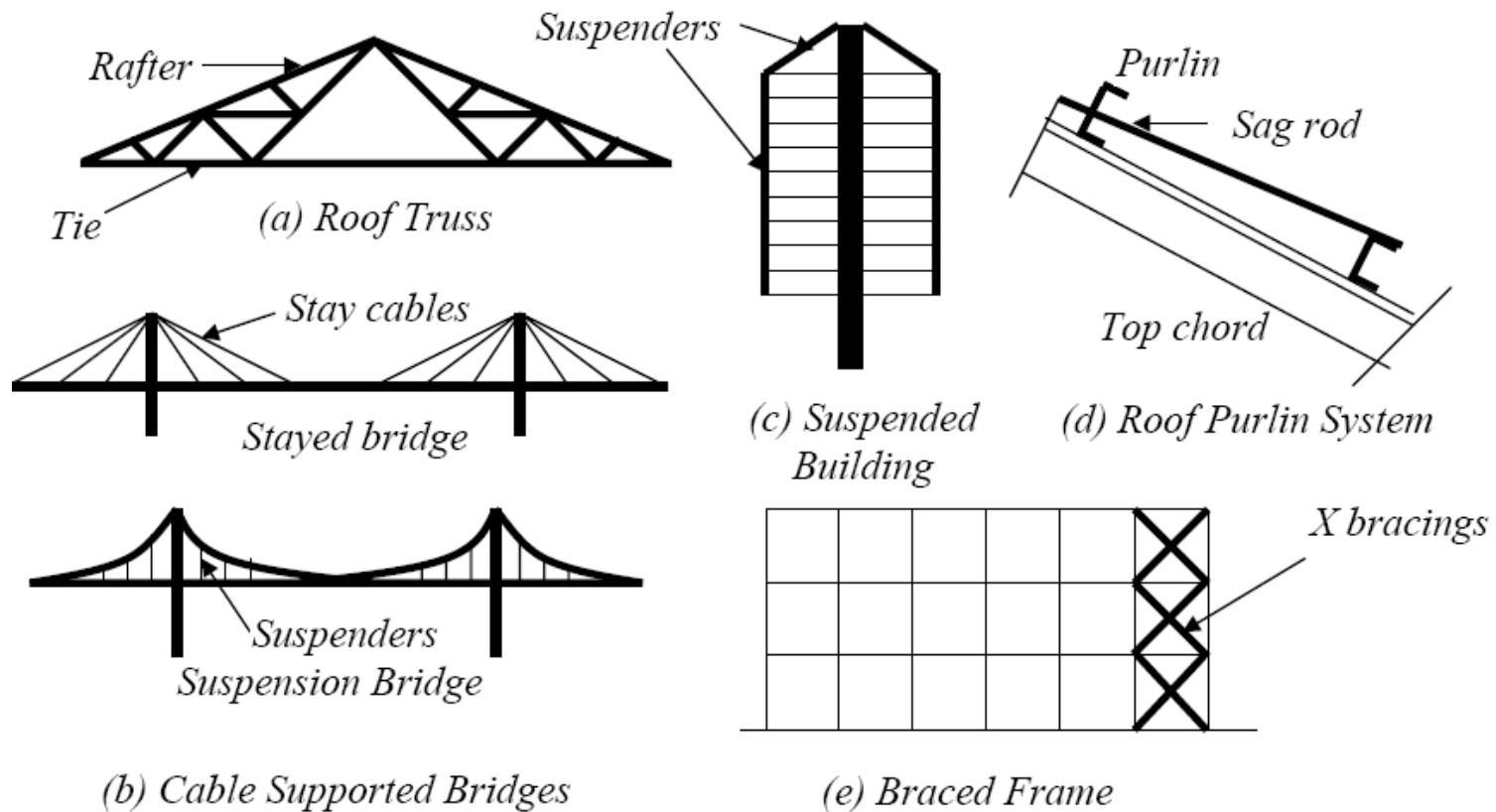
• کاربرد اعضای کششی

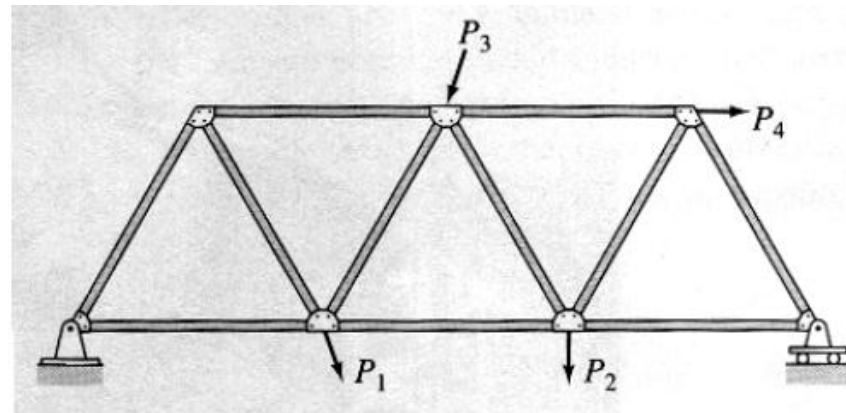
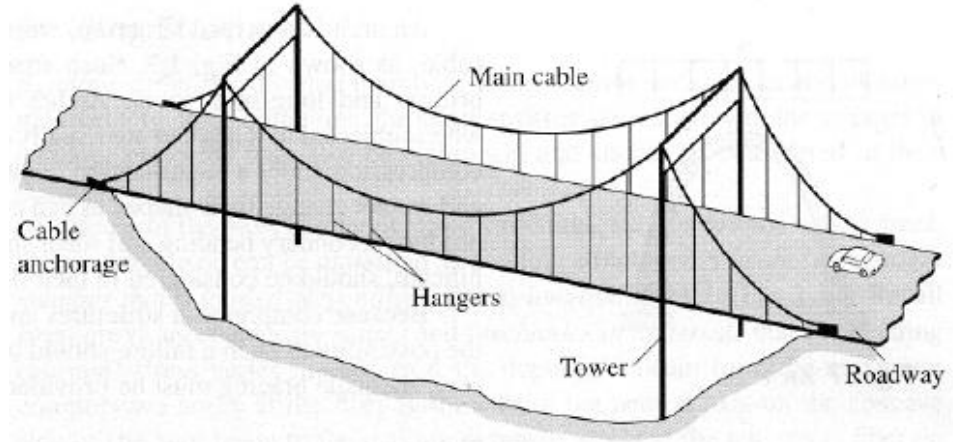


- پل ها و خریاها
- برج ها و دکل ها
- مهاربندها
- آویزها و میله ها

کاربرد

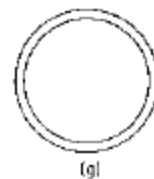
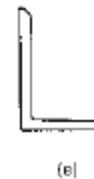
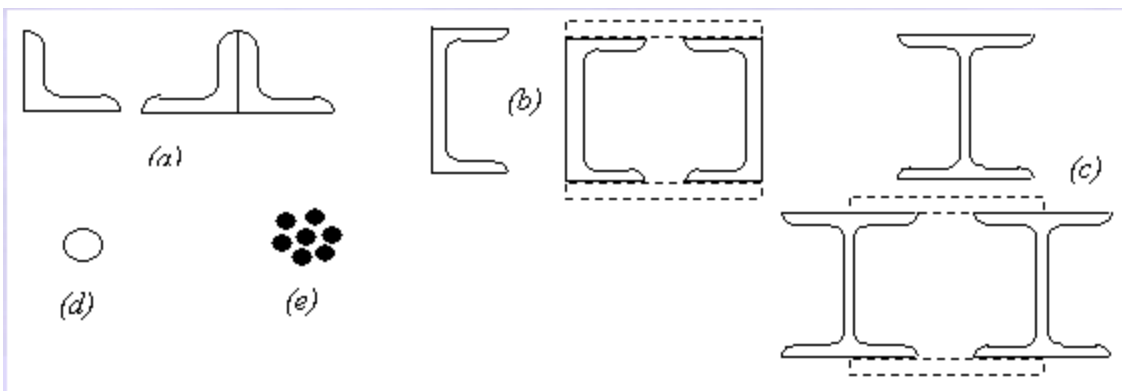
کاربرد اعضای کششی



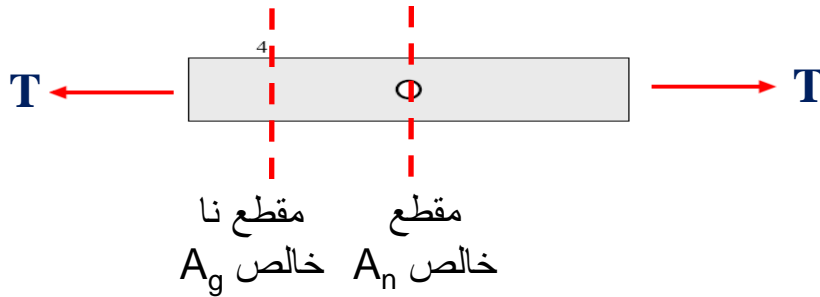


مقاطع

• مقاطع



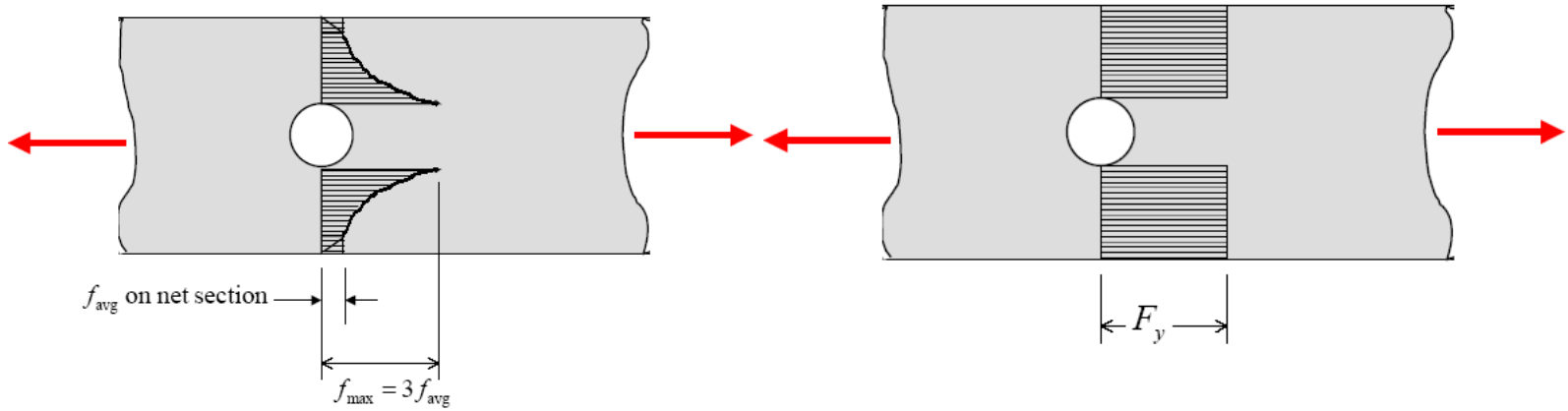
• مقاومت اسمی مقطع ناخالص:



$$T_n = F_y A_g$$

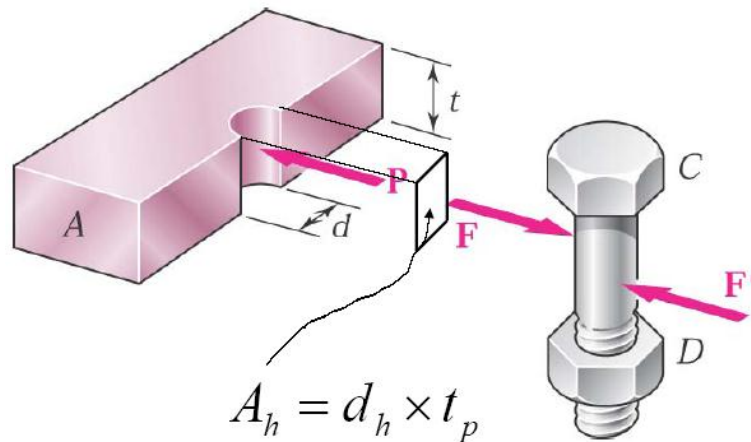
• مقاومت اسمی مقطع خالص:

$$T_n = F_u A_n$$



• سطح سوراخ

در سوراخ کاری به روش پانچ:



$$A_h = d_h \times t_p$$

$$d_h = \text{قطر سوراخ} + 2 \text{ mm}$$

$$2 \text{ mm} + \text{قطر پیچ} = \text{قطر استاندارد سوراخ}$$

$$A_h = d_h \times t_p$$

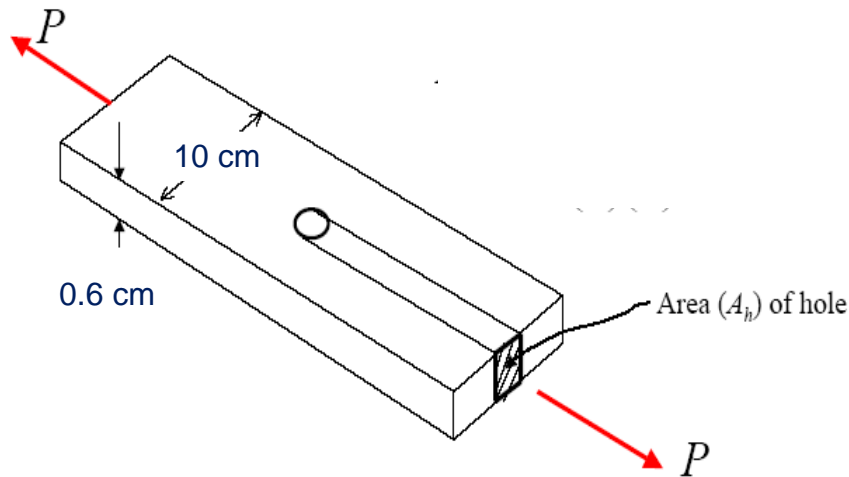
$$A_n = A_g - \sum A_h$$

• مثال ۱:



• $A_n = ?$

سوراخ استاندارد برای پیچ 16 mm

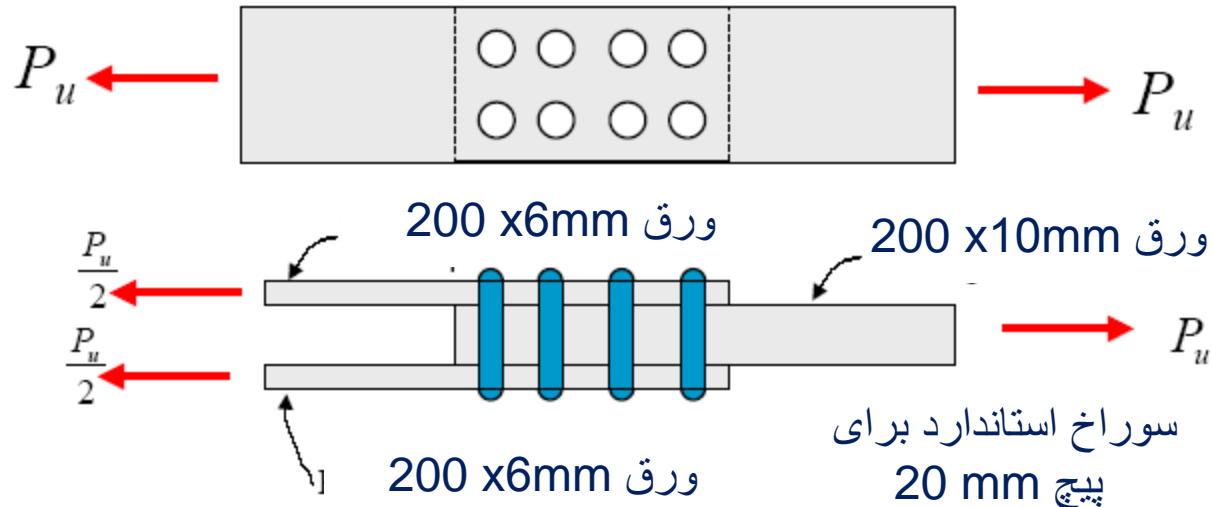


$$A_g = 10 * 0.6 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_h = (1.6 + 2 + 2) * 6 = 1.2 \text{ cm}^2$$

$$A_n = A_g - A_h = 6 - 1.2 = 4.8 \text{ cm}^2$$

مثال ۲:



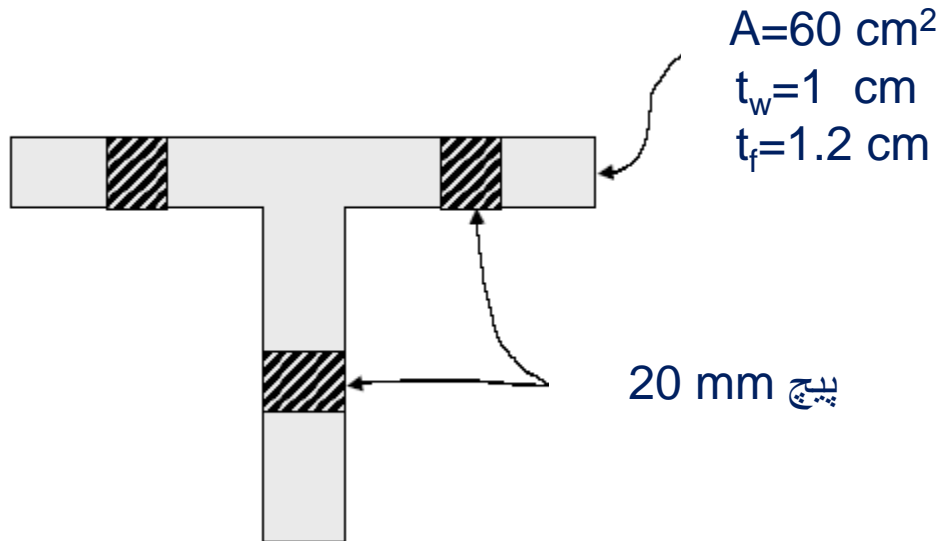
$A_n = ?$

$$A_g = 20 * 1 = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_h = (2 + .2 + .2) * 1 = 2.4 \text{ cm}^2$$

$$A_n = A_g - 2A_h = 20 - 2 * 2.4 = 15.2 \text{ cm}^2$$

• مثال ۳:



$A_n = ?$

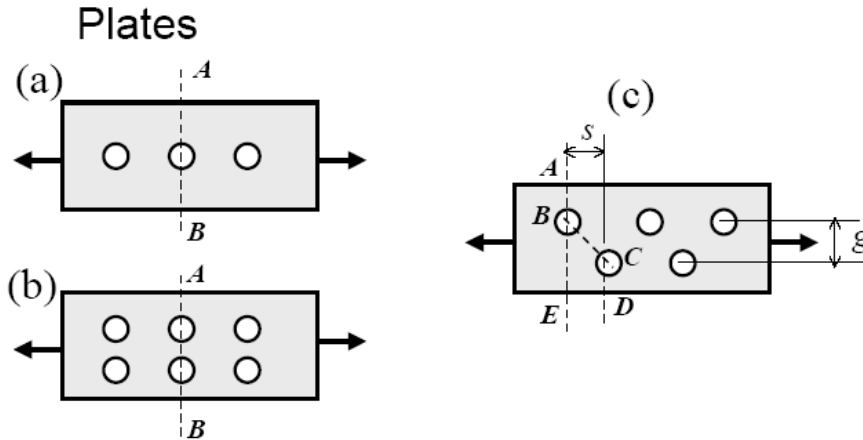
$$A_g = 60 \text{ cm}^2$$

$$A_{hw} = (2 + .2 + .2) * 1 = 2.4 \text{ cm}^2$$

$$A_{hf} = (2 + .2 + .2) * 1.2 = 2.88 \text{ cm}^2$$

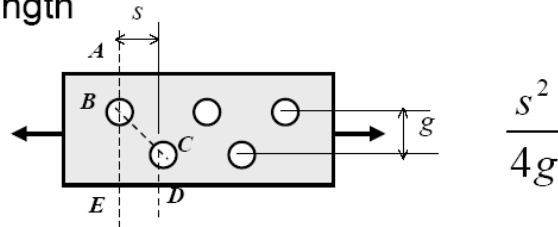
$$A_n = A_g - 2A_{hf} - A_{hw} = 60 - 2 * 2.88 - 2.4 = 51.84 \text{ cm}^2$$

• سوراخکاری زیگزاگی:



حالت های مختلف گسیختگی و زق

Length



Net length of $ABC = \text{length of } ABC - \text{diameter of hole}$

Net length of $ABCD = \text{length of } ABCD - 2(\text{diameter of hole}) + \frac{s^2}{4g}$

Note: for standard bolts, add 1/8 in. to hole diameter,

۲. اگر سوراخهای متعدد به شکل زنجیره (به صورت قطری با زیگزاگ) در مسیر مقطع بحرانی احتمالی قرار داشته باشند، برای محاسبه پهنای خالص باید از پهنای کلی مورد بررسی، مجموع قطرهای مسیر زنجیره را کم و به آن برای هر ردیف سوراخ در زنجیره، یک مرتبه جمله $\frac{s^2}{4g}$ را اضافه کرد.

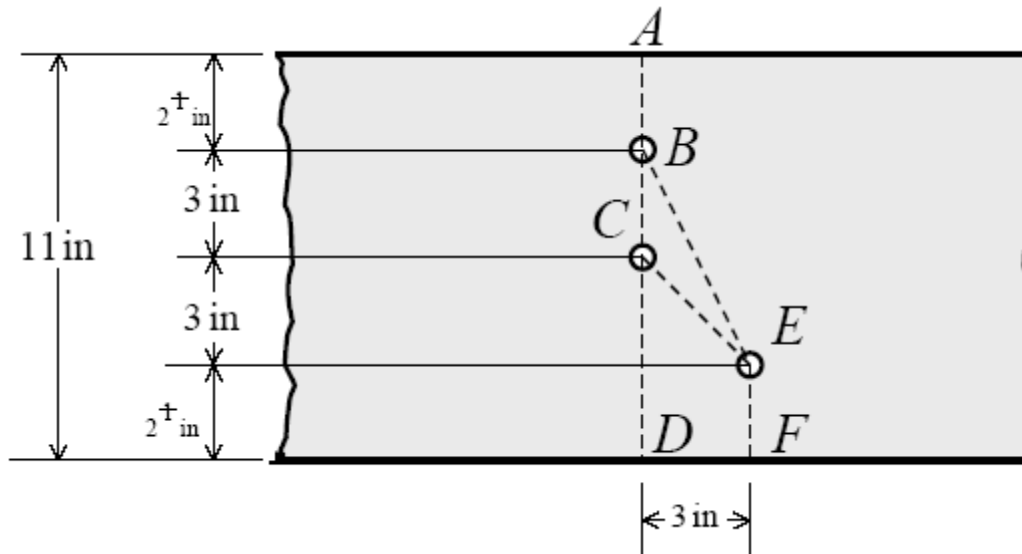
که در آن:

s عبارت است از فواصل مرکز به سوراخها در امتداد طولی (گام طولی).

g عبارت است از فاصله مرکز به مرکز ردیفهای طولی (گام عرضی).

مثال ۴:

$$A_n = ?$$



$s = 3 \text{ in}$, and $g = 3 \text{ in}$ and 6 in

The critical section could be possibly be

$ABCD$, $ABCEF$, or $ABEF$



ادامه مثال ۸:

$$\text{net length of } ABCD = \text{length of } ABCD - 2(\text{hole dia.} + \frac{1}{8} \text{ in})$$

$$\text{net length of } ABCD = 11 - 2\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) = 9.25 \text{ in}$$

$$\text{net length of } ABCEF = \text{length of } ABCEF - 3(\text{hole dia.} + \frac{1}{8} \text{ in}) + \frac{s^2}{4g}$$

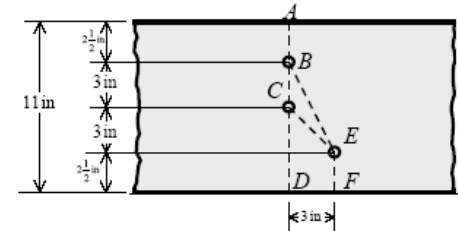
$$\text{net length of } ABCEF = 11 - 3\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) + \frac{(3)^2}{4(3)} = 9.125 \text{ in (controls)}$$

$$\text{net length of } ABEF = \text{length of } ABEF - 2(\text{hole dia.} + \frac{1}{8} \text{ in}) + \frac{s^2}{4g}$$

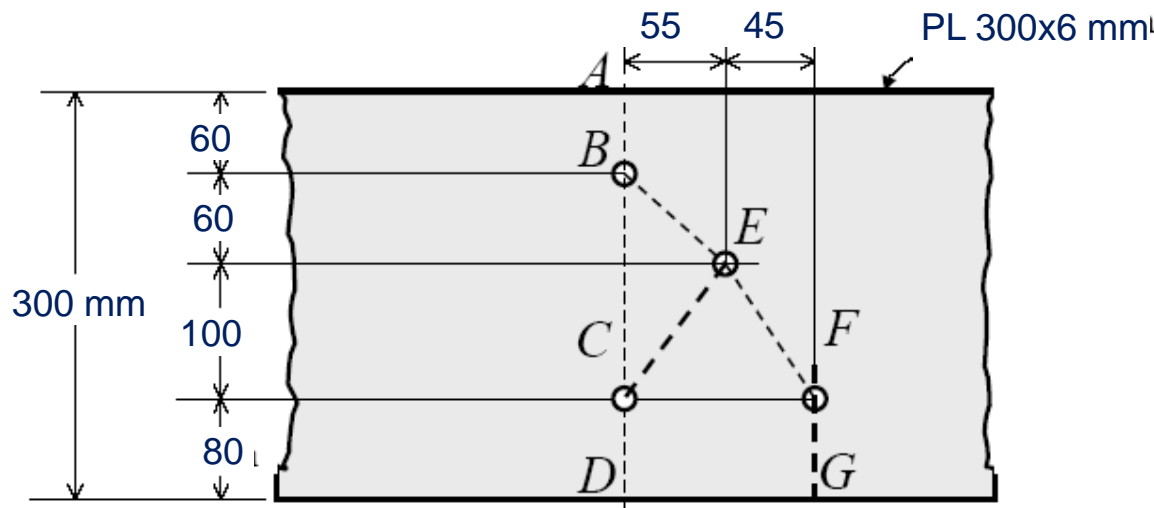
$$\text{net length of } ABEF = 11 - 2\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) + \frac{(3)^2}{4(6)} = 9.625 \text{ in}$$

Therefore,

$$\text{The neat area } A_n = 9.125\left(\frac{1}{2}\right) = 4.56 \text{ in}^2$$



• مثال ۵:



$$A_n = ?$$

مقاطع بحرانی: ABCD , ABECD , ABEFG

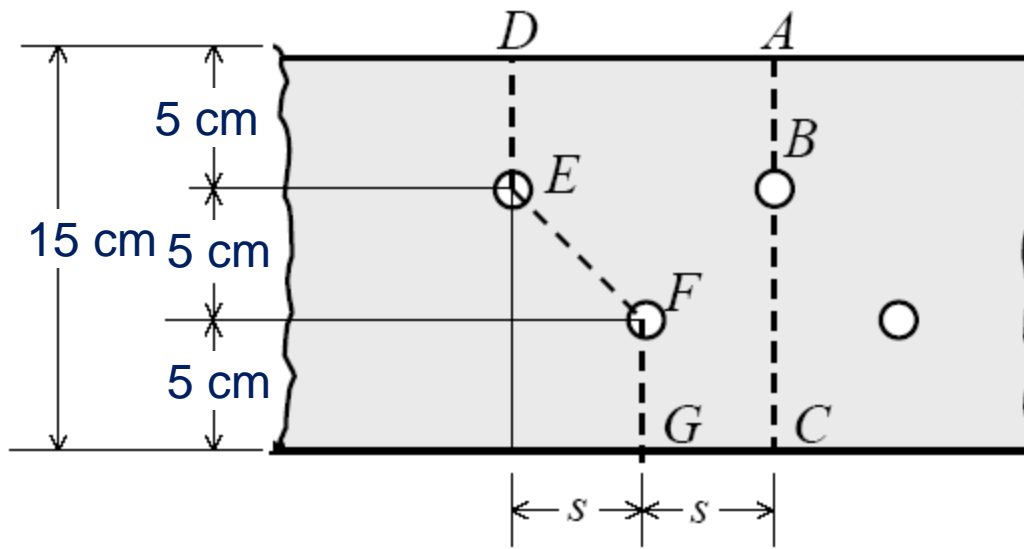
$$(A_n)_{ABCD} = 30 \cdot 6 - 2 \cdot 2.8 \cdot 6 = 14.64 \text{ cm}^2$$

$$(A_n)_{ABECD} = 30 \cdot 6 - 3 \cdot 2.8 \cdot 6 + 6 \left(\frac{5.5^2}{24} + \frac{5.5^2}{40} \right) = 14.17 \text{ cm}^2$$

$$(A_n)_{ABEFG} = 30 \cdot 6 - 3 \cdot 2.8 \cdot 6 + 6 \left(\frac{5.5^2}{24} + \frac{4.5^2}{40} \right) = \underline{14.02 \text{ cm}^2}$$

مثال ۶:

$S=?$



$$(L_n)_{ABC} = 15 - 2.4 = 12.6 \text{ cm}^2$$

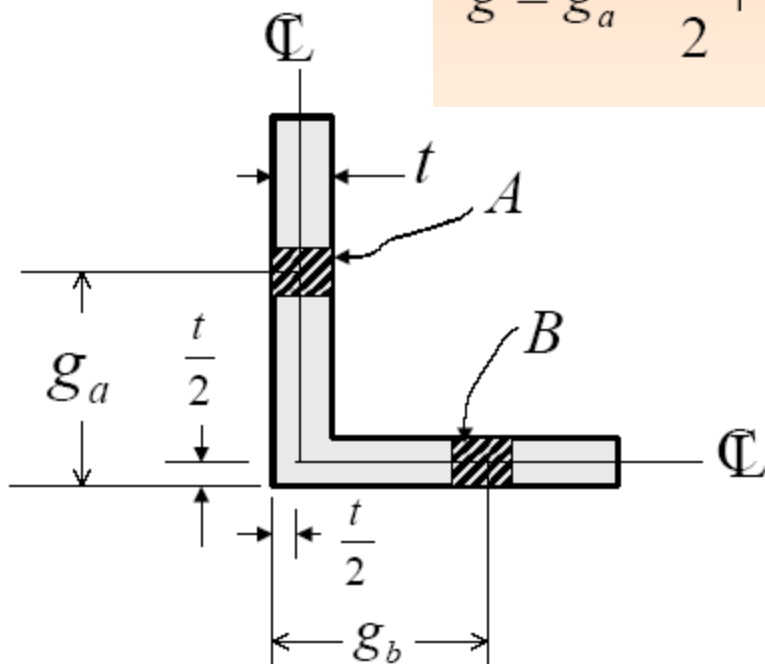
$$(A_n)_{DEFG} = 15 - 2 * 2.4 + s^2/20 = 12.6 \text{ cm}^2$$

$$10.2 - 0.05 S^2 = 12.6 \quad S = 6.93 \text{ cm}$$



• نبشی ها:

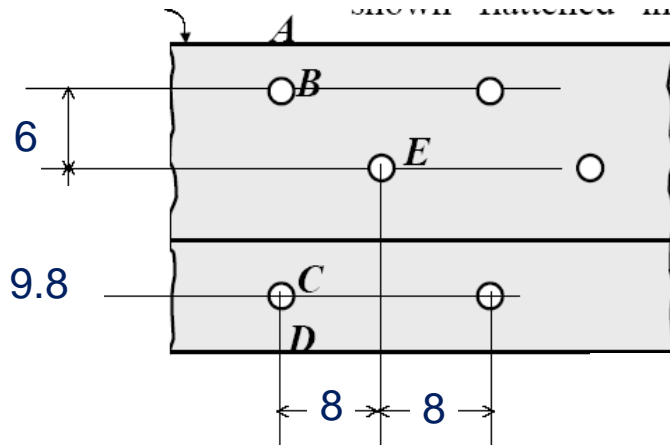
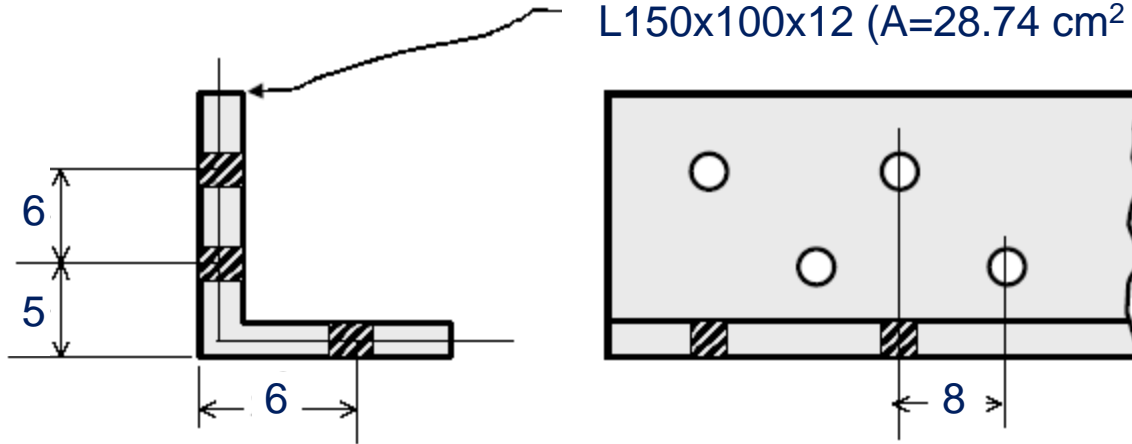
$$g = g_a - \frac{t}{2} + g_b - \frac{t}{2} = g_a + g_b - t$$



مثال ۶:

$A_n = ?$

L150x100x12 ($A=28.74 \text{ cm}^2$)



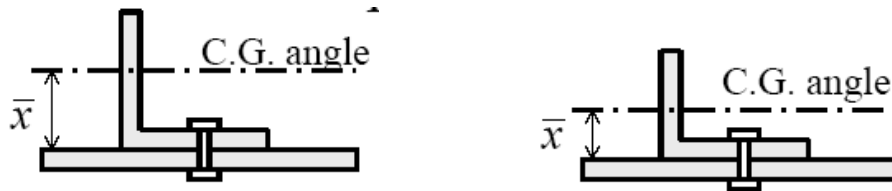
$$(A_n)_{ABCD} = 28.74 - 2 * 2.4 * 1.2 = \underline{22.98 \text{ cm}^2}$$

$$g_{BE} = 6 \text{ cm} \quad g_{EC} = 5 + 6 - 1.2 = 9.8 \text{ cm}$$

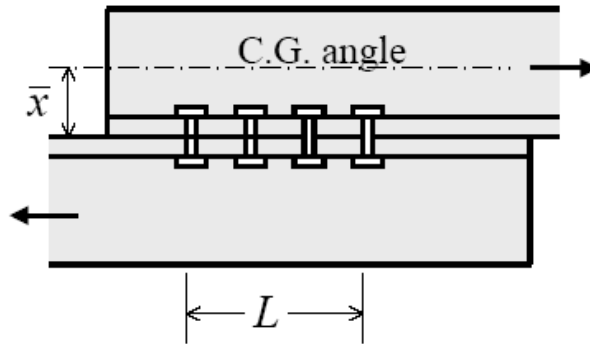
$$(A_n)_{ABECD} = 28.74 - 3 * 2.4 * 1.2 +$$

$$1.2(8^2/24 + 8^2/39.2) = 25.26 \text{ cm}^2$$

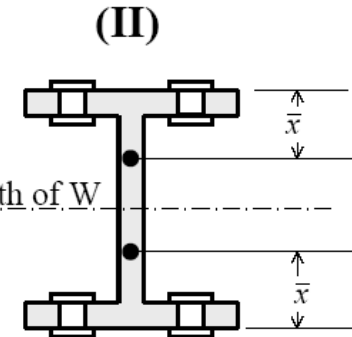
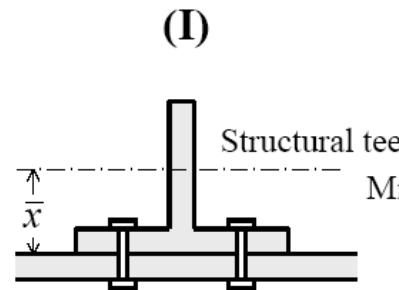
• سطح مقطع خالص موثر



$$A_e = U \cdot A_n$$



$$U = 1 - x/L < 0.9$$



Note $\bar{x} = \bar{y}$ in structural tee tables

سطح مقطع خالص موثر

شرح قطعه	حداقل تعداد پیچ یا پرچ در امتداد تنش	U	سطح خالص موثر A_e	شرط لازم
۱- هرگاه کل عناصر قطعه به صفحات اتصال متصل شده باشند	۱ (یا جوش)	۱	A_n	به جز تسمه با اتصال جوشی (به ردیف‌های ۶ و ۷ و ۸ مراجعه شود)
۲- وصله‌ها یا عناصر اتصال که کششی عمل کنند (قطعات کوتاه کششی)	۱	۱	$A_n \leq 0.185A_g$	
۳- نیم‌رخ‌های I و T شکل	۳ (یا جوش)	۰.۹	$0.9A_n^*$	$\frac{I}{A} \geq \frac{I}{3}$ عرض بال
۴- نیم‌رخ‌های I و T شکل در صورتی که فاقد شرط بند فوق باشند و سایر نیم‌رخ‌ها و نیم‌رخ‌های مرکب که دارای سطح مقطعی خارج از سطح اتصال باشند	۳ (یا جوش)	۰.۸۵	$0.185A_n^*$	
۵- کلیه نیم‌رخ‌های مذکور در دو بند فوق	۲	۰.۷۵	$0.75A_n$	
۶- تسمه با اتصال جوش طولی در دو لبه و به موازات نیرو	جوش	۱	A_g	$2W \geq 1.2W$
۷- مانند بند ۶	جوش	۰.۸۷	$0.87A_g$	$2W > 1.2W$
۸- مانند بند ۶	جوش	۰.۷۵	$0.75A_g$	$1.5W > 1.2W$

* اتصال قطعه از طریق بال یا بالها انجام خواهد گرفت.

** W عرض تسمه است و I طول هر جوش در امتداد طول تسمه



• مقاومت کششی:

جاری شدن در مقطع ناخالص

$$T_n = F_y A_g$$

$$\phi_t = 0.90$$

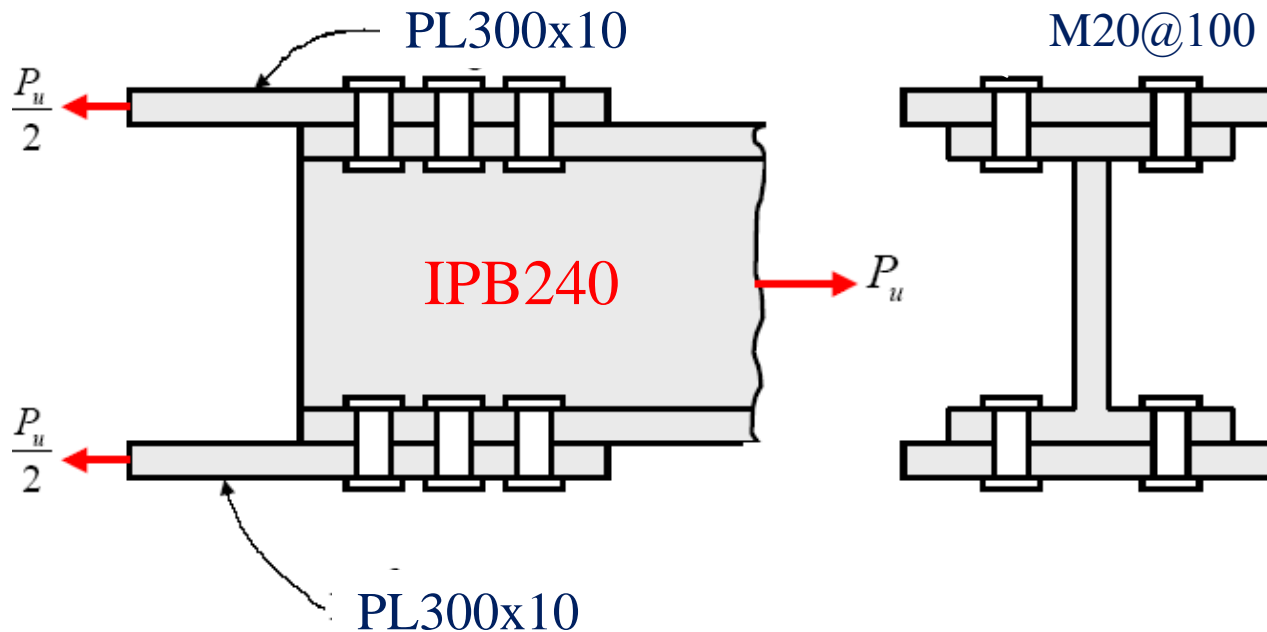
گسیختگی در مقطع ناخالص

$$T_n = F_u A_e = F_u (U A_n)$$

$$\phi_t = 0.75$$

$$T_u = \min(0.9 F_y \cdot A_g, 0.75 F_u \cdot A_e)$$

مثال



$P_u = ?$

$A = 106 \text{ cm}^2$

$b_f = 24 \text{ cm}$

$t_f = 1.7 \text{ cm}$

$t_w = 1 \text{ cm}$

$F_y = 2400$

$F_u = 3700$



• مقاومت کششی IPB

$$A_n = 106 - 4(2.4 * 1.7) = 89.68 \text{ cm}^2$$

$$x = (23 * 1.7 * 1.7 / 2 + 12 * 1 * 6) / 53 = 1.99 \text{ cm}$$

$$U = 1 - x/L = 1 - 1.99/20 = 0.9$$

$$A_e = U \cdot A_n = 0.9 * 89.68 = 80.71 \text{ cm}^2$$

$$P_u = \min(0.9 F_y \cdot A_g, 0.75 F_u A_e)$$

$$P_u = 0.9 * 2.4 * 106 = 228.96 \text{ t}$$

$$P_u = 0.75 * 3.7 * 80.71 = 223.97 \text{ t}$$



• مقاومت کشش ورق اتصال

$$A_g = 30 * 1 = 30 \text{ cm}^2$$

$$A_n = 30 - 2 * 2.4 * 1 = \underline{25.2} \text{ cm}^2$$

$$A_n = 0.85 A_g = 25.5 \text{ cm}^2$$

$$P_u / 2 = \min(0.9 F_y A_g, 0.75 F_u A_e)$$

$$P_u / 2 = 0.9 * 2.4 * 30 = 64.8 \text{ t} \quad P_u = \underline{129.6} \text{ t}$$

$$P_u / 2 = 0.75 * 3.7 * 25.2 = 69.93 \text{ t} \quad P_u = 139.86 \text{ t}$$

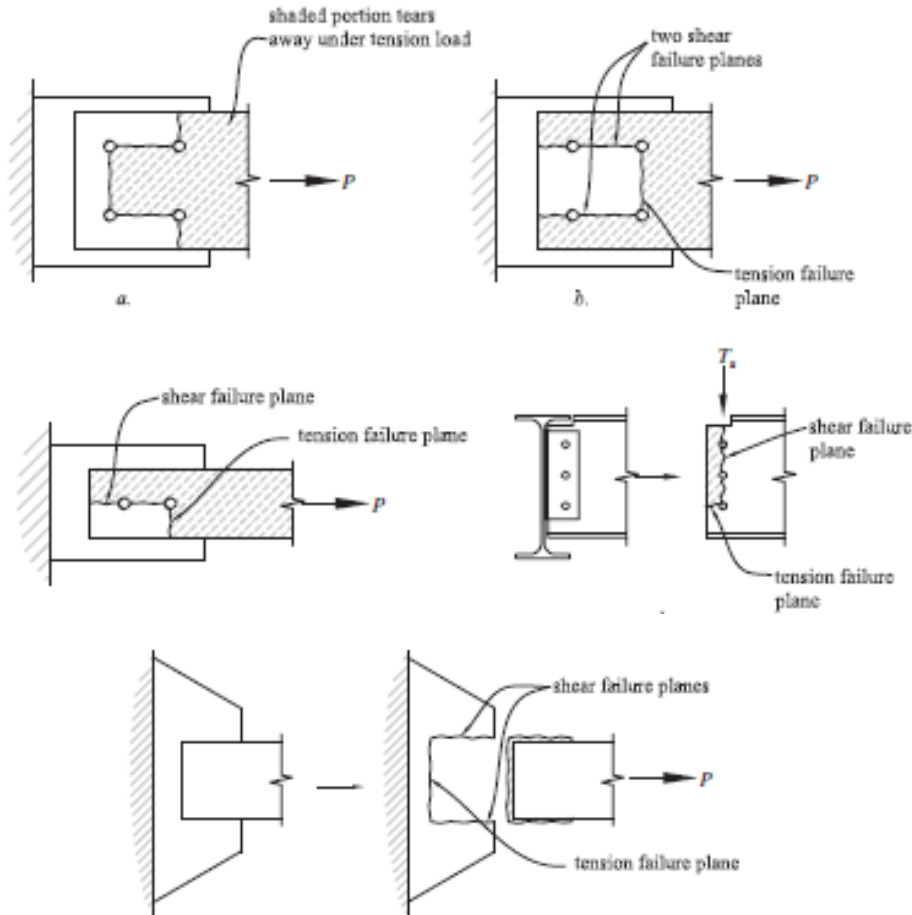
فصل سوم - اعضای کششی

مقاومت پارگی برشی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



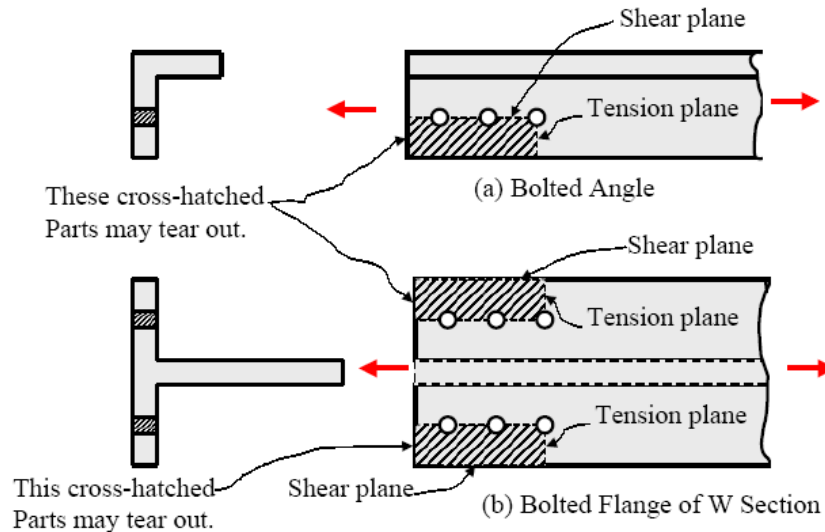
پارگی برشی



• پارگی برشی

$$T_n = 0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} < 0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

$$\phi_t = 0.75$$



A_{gv} : سطح مقطع ناخالص برشی:

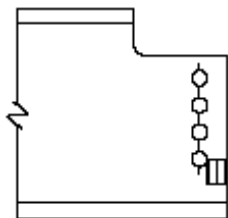
A_{nv} : سطح مقطع خالص برشی:

A_{nt} : سطح مقطع خالص کششی:

$U_{bs} = 1$: تنش یکنواخت کششی:

$U_{bs} = 0.5$: تنش غیر یکنواخت کششی:

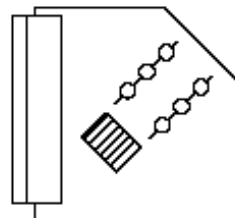
پارگی برشی



Single-row beam end connections

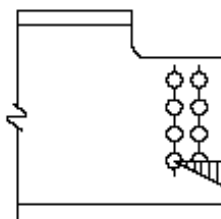


Angle Ends



Gusset Plates

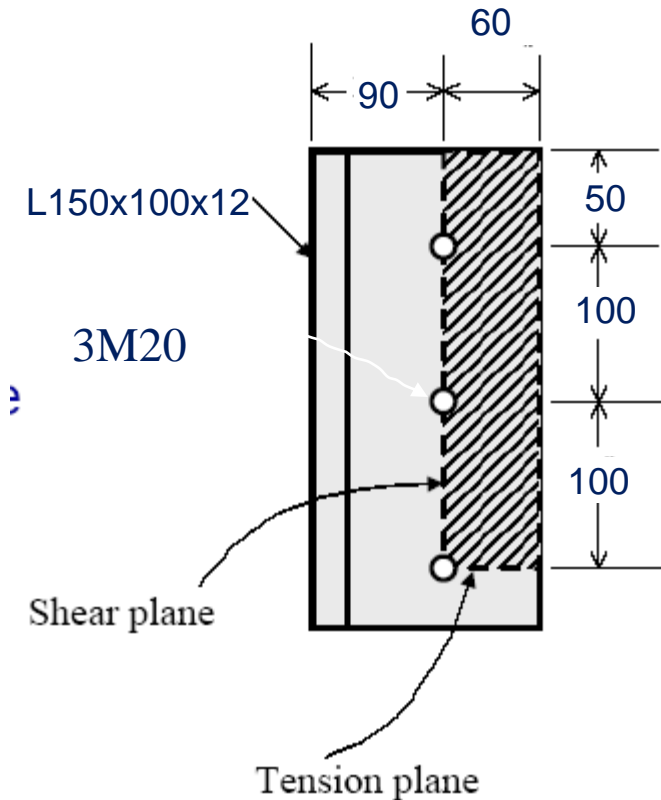
(a) Cases for which $U_{bs} = 1.0$



Multiple-row beam end connections

(b) Case for which $U_{bs} = 0.5$

مثال $F_y=2400, F_u=3700, T_u=?$



$$A_g = 28.74 \text{ cm}^2$$

$$A_n = 28.74 - 2.4 * 1.2 = 25.86 \text{ cm}^2$$

$$x = (13.8 * 1.2 * 1.2 / 2 + 10 * 1.2 * 5) / 28.74 = 2.43$$

$$U = 1 - x/L = 1 - 2.43/20 = 0.88 < 0.9$$

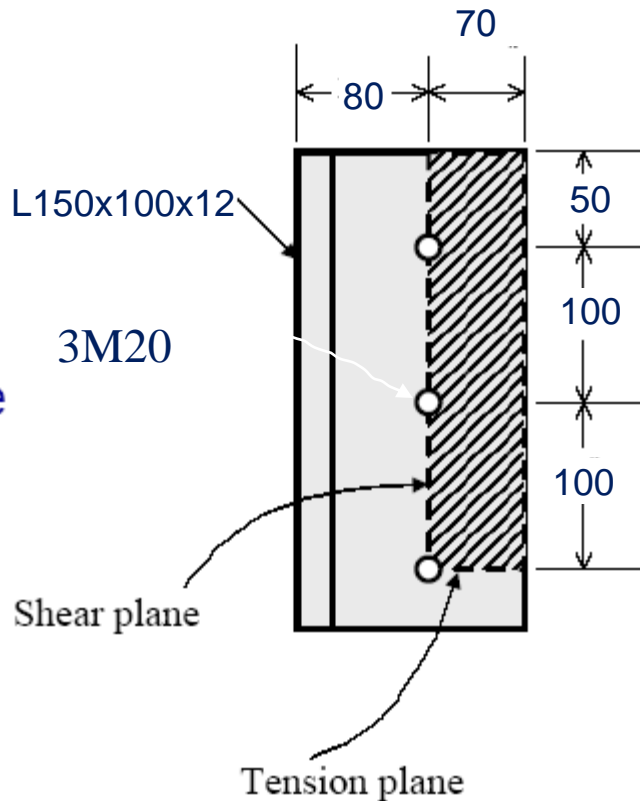
$$A_e = U * A_n = 0.88 * 25.86 = 22.71 \text{ cm}^2$$

$$T_u = \min(0.9 F_y \cdot A_g, 0.75 F_u A_e)$$

$$T_u = 0.9 * 2.4 * 28.74 = 62.1 \text{ t}$$

$$T_u = 0.75 * 3.7 * 80.71 = 63.01 \text{ t}$$

• پارگی برشی



$$T_n = 0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} < 0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt}$$

$$A_{gv} = 25 * 1.2 = 30 \text{ cm}^2$$

$$A_{nv} = 30 - 2.5 * 2.4 * 1.2 = 22.8 \text{ cm}^2$$

$$A_{nt} = 7 * 1.2 - 0.5 * 2.4 * 1.2 = 6.96 \text{ cm}^2$$

$$U_{bs} = 1$$

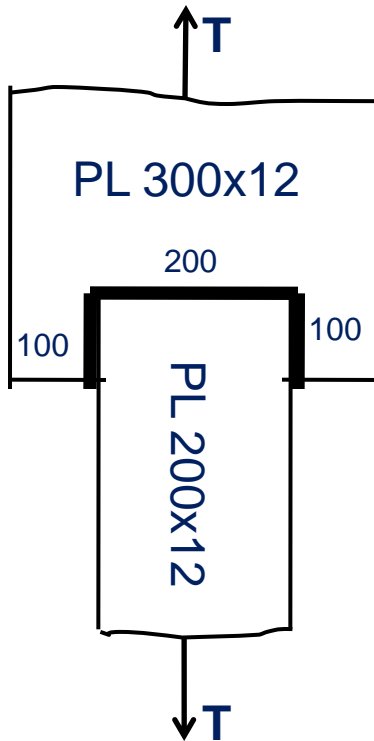
$$0.6F_u A_{nv} + U_{bs} F_u A_{nt} = .6 * 3.7 * 22.8 + 1 * 3.7 * 6.96 = 76.36 \text{ t}$$

$$0.6F_y A_{gv} + U_{bs} F_u A_{nt} = .6 * 2.4 * 30 + 1 * 3.7 * 6.96 = \underline{76.96 \text{ t}}$$

$$T_u = 0.75 * \underline{76.96} = 57.72 \text{ t}$$

مثال

$$F_y = 2400, F_u = 3700, T_u = ?$$



$$A_g = 20 \times 1.2 = 24 \text{ cm}^2$$

$$T_u = 0.9 \times 2.4 \times 24 = 51.9 \text{ t}$$

$$0.6F_u A_v + U_{bs} F_u A_t = 0.6 \times 3.7 \times 20 + 1 \times 3.7 \times 20 = 142.08 \text{ t}$$

$$0.6F_y A_v + U_{bs} F_u A_t = 0.6 \times 2.4 \times 20 + 1 \times 3.7 \times 20 = 123.4 \text{ t}$$

$$T_u = \min(0.75 \times 123.4, 51.9) = 51.9 \text{ t}$$

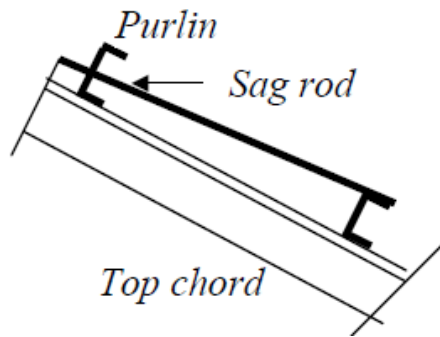


لاغری

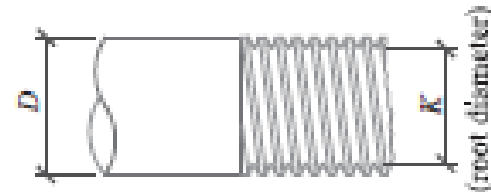
• لاغری

$$\max (L/r)=300 \quad \text{or} \quad \min r=L/300$$

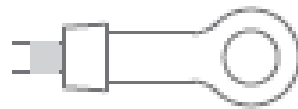
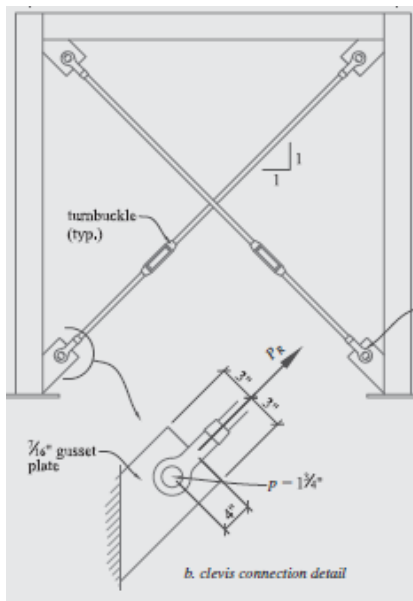
کاربردها:



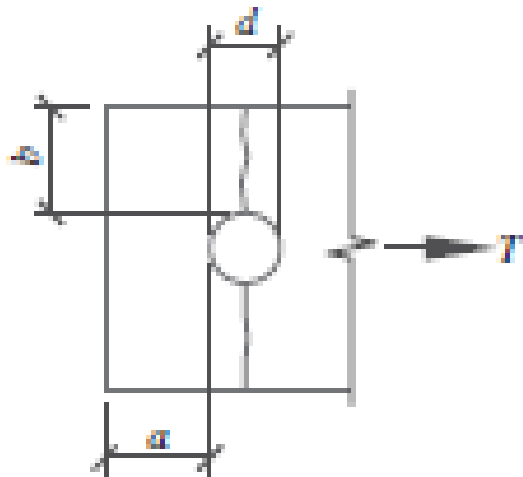
میله های رزوه شده و مفصل ها



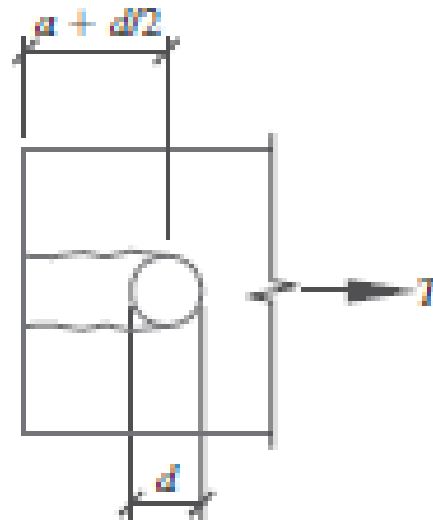
وسایل اتصال:



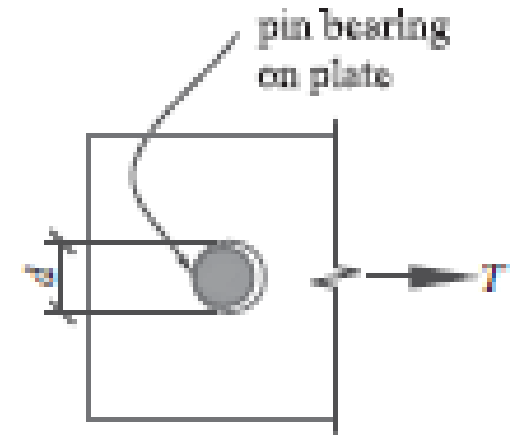
مودهای گسیختگی در مفصل ها



گسیختگی کششی



گسیختگی برشی



لریدگی



مقاومت کششی میله رزوه شده

$$T_n = A_s F_u = 0.75 A_b F_u \quad \phi T_n = 0.75 T_n$$

مقاومت کششی مفصل ها

کشش در سطح مقطع خالص موثر

$$\phi T_n = 0.75 (2 t b_{eff} F_u) \text{ where } b_{eff} = 2t + 0.63 \leq b$$

برش در سطح مقطع موثر

$$\phi T_n = 0.75 (0.6 A_{sf} F_u) = 0.75 \{ 0.6 [2t (a + d/2)] F_u \}$$

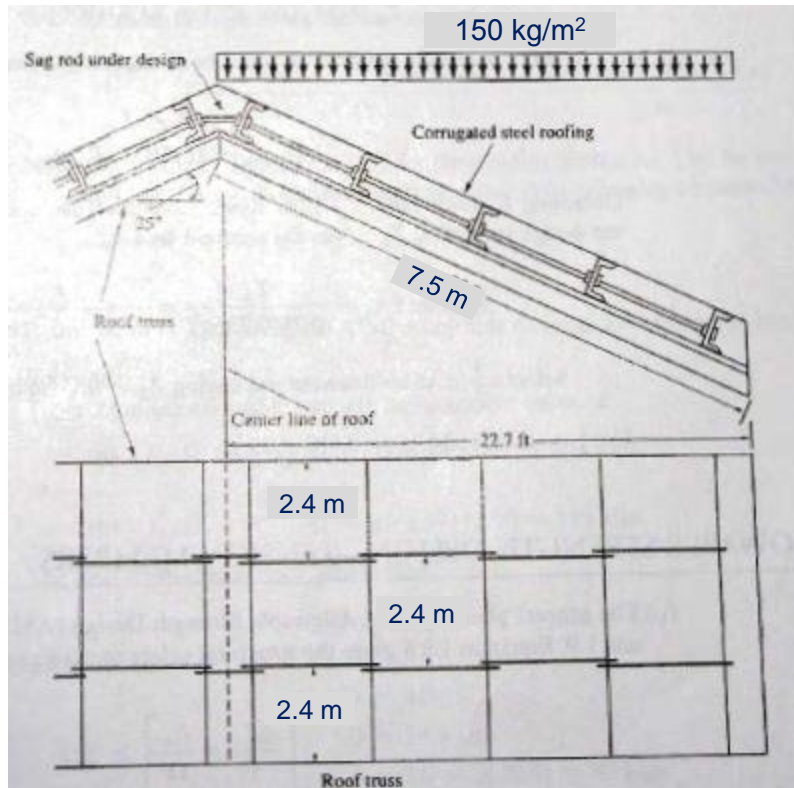
لهیدگی در سطح تماس

$$\phi T_n = 0.75 (1.8 A_{pb} F_y) = 0.75 [1.8 (d t) F_y]$$

کشش در سطح مقطع ناخالص

$$\phi T_n = 0.9 (A_g F_y)$$

مثال: مطلوب است تعیین قطر میله کششی نگه دارنده لایه ها



$$F_y = 3000, F_u = 5000$$

$$S = 150 \cdot \cos(25) = 136 \text{ kg/m}^2$$

$$D = 50 \text{ kg/m}^2$$

$$T = (1.5 \cdot 136 + 1.25 \cdot 50) (2.4 \cdot 7.5) \cdot \cos(25) = 4347 \text{ kg}$$

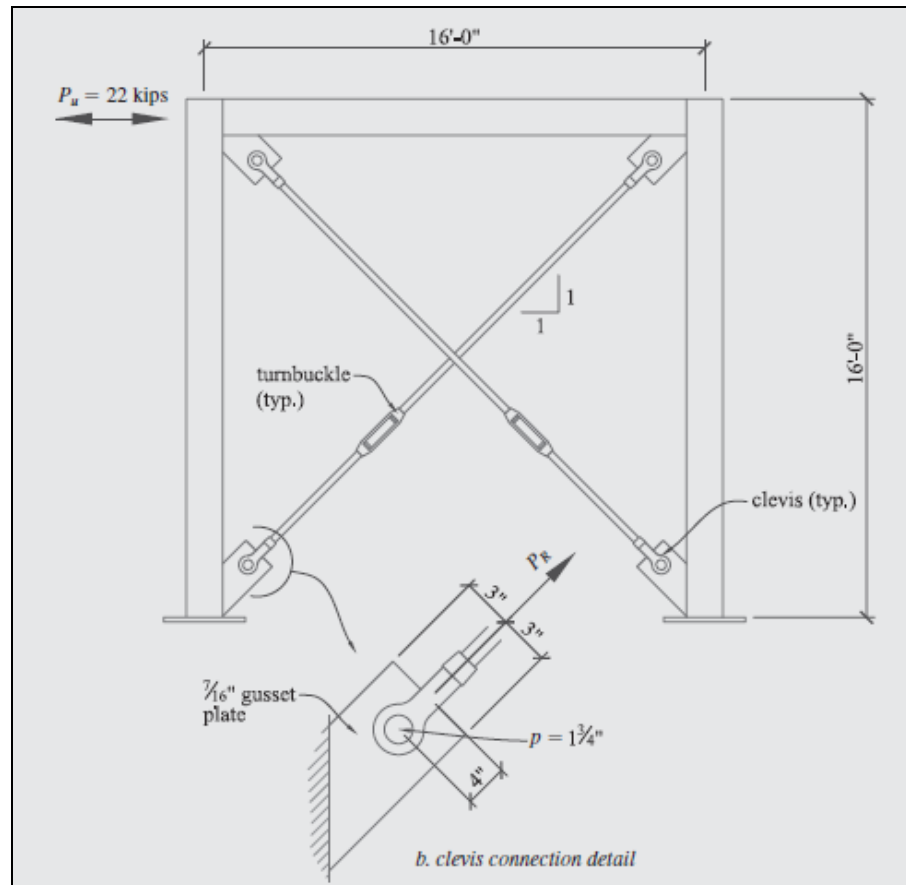
$$T = 4347 \text{ kg}$$

$$T_u = 0.75 T_n = 0.75 \cdot 0.75 \cdot 5000 A_b = 2812.5 A_b \text{ kg/m}^2$$

$$A_b = 4347 / 2812.5 = 1.55 \text{ cm}^2$$

$$\text{Use } d = 16 \text{ A} = 2 \text{ cm}^2$$

مثال: مطلوب است تعیین قطر میله کششی و اتصال آن



فصل سوم – اعضای کششی

میله های رزوه شده و مفصل ها

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ادامه مثال:

$$P_R = \frac{(22k)(1.10)}{\cos 45} = 34.3 \text{ kips (factored load on tension rod and connectors)}$$

From the AISC, Table 2-5,

$$F_y = 36 \text{ ksi}$$

$$F_u = 58 \text{ ksi to } 80 \text{ ksi (use } F_u = 58 \text{ ksi)}$$

1. From AISC Table 15-3, a No. 3 clevis is required ($\phi R_n = 37.5 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips}$). The maximum threaded rod diameter allowed is 1-3/8 in. and the maximum pin diameter is $p = 1\frac{1}{4}$ -in.

From AISC Table 15-4, a No. 3 clevis can be used with a pin that varies in diameter from 1 in. to 1 $\frac{1}{4}$ in.

From AISC Table 15-5, a turnbuckle with a rod diameter of 1 $\frac{1}{4}$ -in. is required ($\phi R_n = 38 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips}$).

Recall that the pin diameter must be at least 125% of the threaded rod diameter.

$$D_{pin}(\text{required}) = 1.25D_{rod} = (1.25)(1.25) = 1.57 \text{ in. (use a } 1\frac{1}{4}\text{-in. pin)}$$

Check the 1 $\frac{1}{4}$ -in. threaded rod:

$$A_b = 1.23 \text{ in.}^2 \text{ (AISC Table 7-2)}$$

$$\begin{aligned}\phi R_n &= \phi 0.75 F_u A_b \\ &= (0.75)(0.75)(58)(1.23) = 40.1 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips}\end{aligned}$$

Use a 1 $\frac{1}{4}$ -in. threaded rod with a No. 3 clevis and a turnbuckle.

2. Check tensile rupture on the net effective area:

$$b = \frac{(3 + 3) - \left(1.75 + \frac{1}{16}\right)}{2} = 2.09 \text{ in.}$$

$$b_{eff} = 2t + 0.63 \text{ in.} < b$$

$$= (2)(7/16) + 0.63 = 1.5 \text{ in.} < b = 2.09 \text{ in. (use } b_{eff} = 1.5 \text{ in.)}$$

$$\phi P_n = \phi 2t b_{eff} F_u$$

$$= (0.75)(2)(7/16)(1.5)(58) = 57.1 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips OK}$$



ادامه مثال:

Check shear rupture on the effective area:

$$a = 4 - \left(\frac{1.75 + \frac{1}{16}}{2} \right) = 3.09 \text{ in.}$$

$$\begin{aligned} A_g &= 2t \left(a + \frac{d}{2} \right) \\ &= (2)(7/16) \left(3.09 + \frac{1.75}{2} \right) = 3.46 \text{ in.}^2 \\ \phi P_n &= \phi 0.6 F_u A_g \\ &= (0.75)(0.6)(58)(3.46) = 90.5 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips OK} \end{aligned}$$

Check bearing on the projected area of the pin:

$$\begin{aligned} \phi P_n &= \phi 1.8 F_y A_{pb} \\ &= (0.75)(1.8)(36)(1.75)(7/16) = 37.2 \text{ kips} > 34.3 \text{ kips OK} \end{aligned}$$

Check dimensional requirements:

$$\begin{aligned} a &\geq 1.33 b_{\text{eff}} \\ 3.09 \text{ in.} &\geq 1.33(1.5) = 2 \text{ in. OK} \\ w &\geq 2b_{\text{eff}} + d \\ (3 + 3) &= 6 \text{ in.} \geq (2)(1.5) + 1.75 = 4.75 \text{ in. OK} \\ c &\geq a, \text{ not applicable} \end{aligned}$$

The $\frac{3}{8}$ -in. gusset plate is adequate.



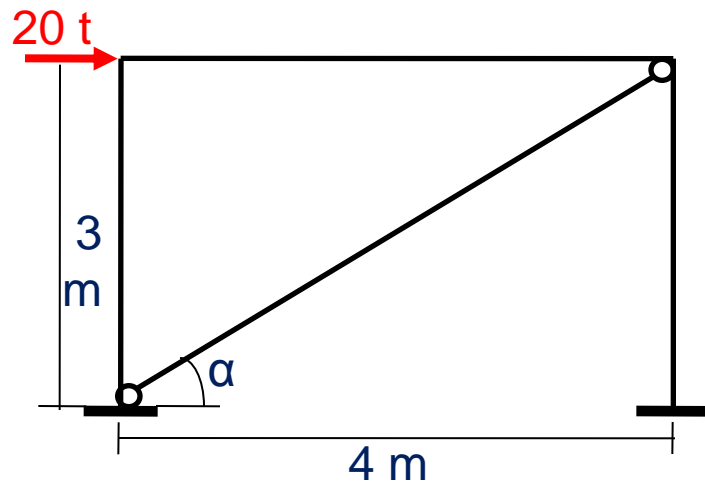
• طراحی اعضای کششی

• معیارهای طراحی:

- ظرافت و کوچک بودن مقطع
- مناسب بودن مقطع برای اتصال
- تامین معیارهای طراحی شامل:
 - سطح مقطع کل
 - سطح مقطع خالص
 - پارگی برشی
 - لاغری

مراحل طراحی:

- تعیین سطح مقطع کل
- انتخاب مقاطع مناسب با توجه به شرایط اتصال و مسائل اجرایی
- کنترل سطح مقطع موثر با توجه به شرایط اتصال
- کنترل پارگی برشی
- کنترل لاغری



• مثال: مطلوب است تعیین مقطع مناسب برای مهاربند نشان داده شده

$$L\ 100 \times 10 \quad A = 19.15 \text{ cm}^2 \quad r_{\min} = 1.95$$

$$x = 2.84 \quad U = 1 - 2.84/20 = 0.86$$

$$A_e = 0.86 * 19.15 = 16.5 > 10.8$$

$$L/r_{\min} = 500/1.95 = 256 < 300$$

$$2L\ 70 \times 7 \quad A = 18.79 \text{ cm}^2 \quad r_x = 2.12$$

$$x = 0.86 \quad U = 1 - 0.86/15 = 0.94 > 0.9$$

$$A_e = 0.9 * 18.79 = 16.9 > 10.8$$

$$L/r_x = 500/2.12 = 236 < 300$$

Use **2L70x7**

$$F_y = 2400, F_u = 3700$$

$$T_u = 1.2 * 20 / \cos(\alpha) = 30 \text{ t}$$

$$A_g = 30 / 0.9 F_y = 13.9 \text{ cm}^2$$

$$A_e = 30 / 0.75 F_u = 10.8$$

سازه های فولادی ۱



فصل چهارم

اعضای فشاری



• سر فصل مطالب

- کاربرد اعضای فشاری
- مقاطع مناسب
- مقاومت فشاری
- کمانش خمشی الاستیک (کمانش اولر)
- طول موثر کمانش
- تنش مجاز
- طراحی اعضای فشاری
- اعضای فشاری ساخته شده
- کمانش موضعی
- کمانش پیچشی



• کاربرد اعضای فشاری

- ستون ها
- قوس ها
- خریاها
- مهاربندها
- برج ها و دکل ها
- ماشین آلات

فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ستون ها



فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



قوس ها



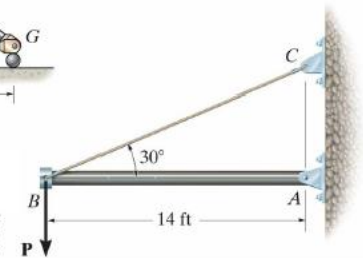
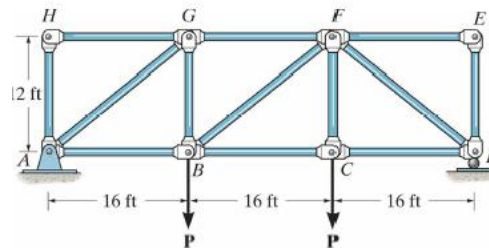
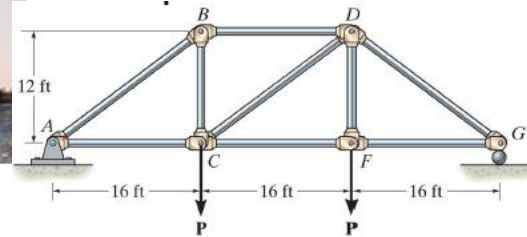
فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



خرپاها



Compression members -Dr. Reshu Aduri

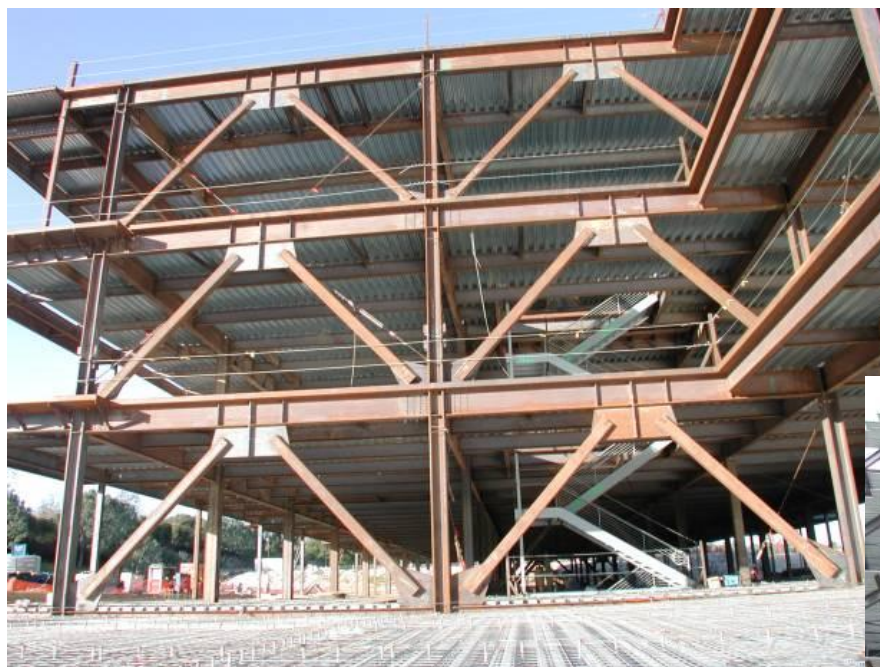
فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مهاربندها



فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



برج ها و دکل ها



Eiffel Tower (1887 - 89)



The new Tokyo Tower is set to be completed in 2011. It will stand 610m high.

فصل چهارم - اعضای فشاری

کاربرد اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ماشین آلات



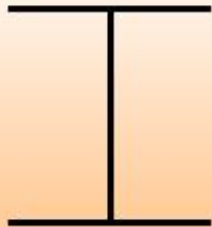
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاطع مناسب برای اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



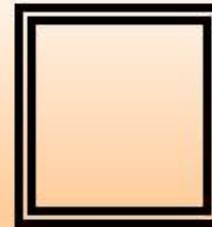
مقاطع مورد شده



W Column



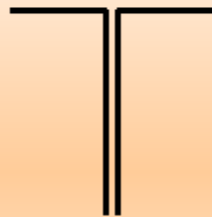
Pipe or round
HSS tubing



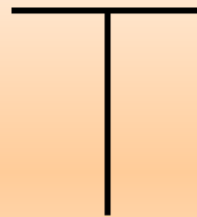
Square HSS
tubing



Single angle



Double angle



Tee



Channel

فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاطع مناسب برای اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مقاطع ساخته شده



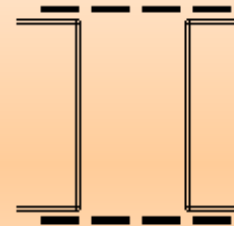
Rectangular
HSS tubing



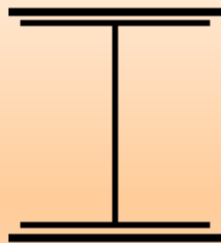
Four angle
box section



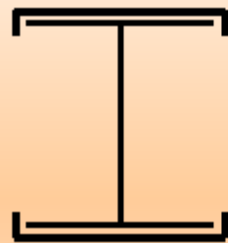
Box section



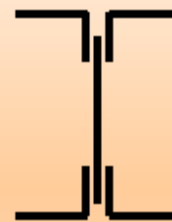
Box section



W with
Cover Plats



W and
channels



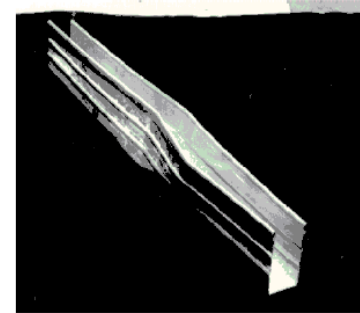
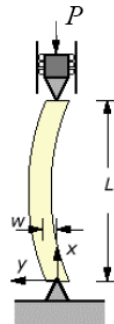
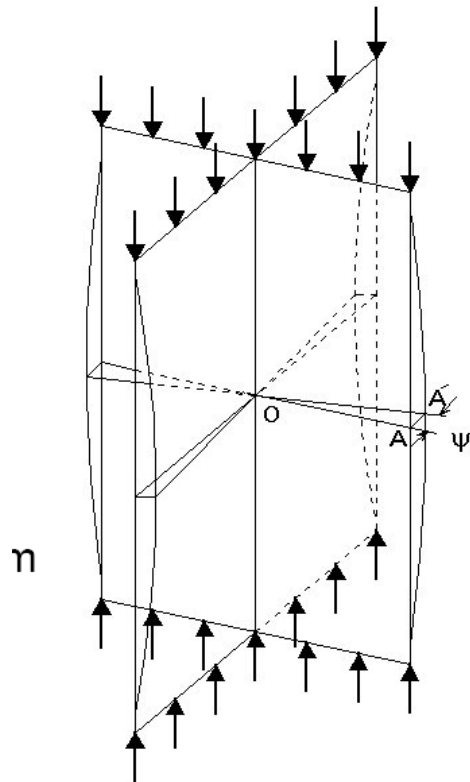
Built-up



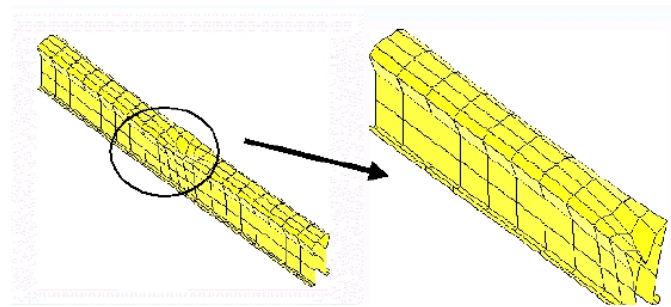
Built-up

• حالت های خرابی اعضای فشاری

کمانش پیچشی



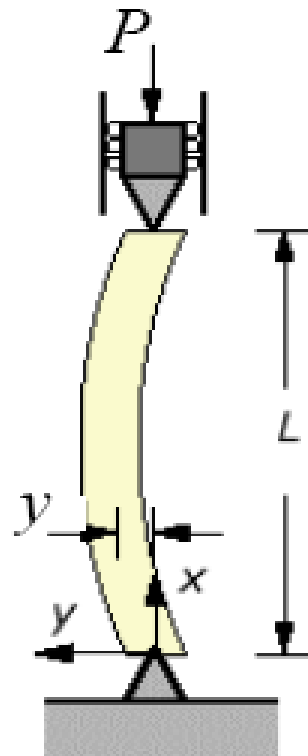
• کمانش خمشی



• کمانش موضعی

کمانش خمشی اولر (الاستیک)

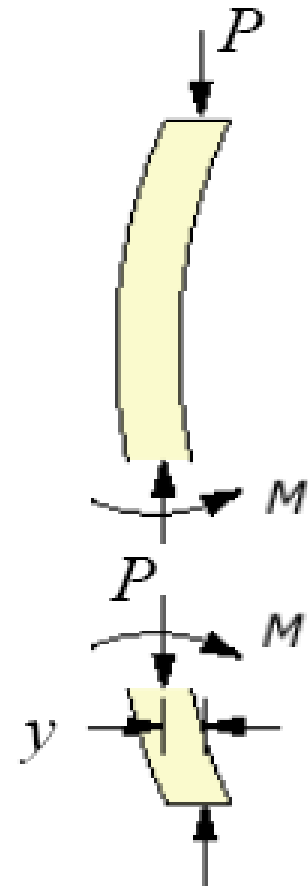
■ Critical Buckling Load



$$Py + M = 0$$

$$M = EI \frac{dy^2}{dx^2}$$

$$\frac{dy^2}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$$



فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



$$y(x) = A \sin kx + B \cos kx \quad k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$y(0) = 0 \rightarrow B = 0$$

$$y(L) = 0 \rightarrow A \sin kL = 0$$

$$\sin kL = 0 \rightarrow kL = n\pi \rightarrow k = \frac{n\pi}{L}$$

$$\frac{P}{EI} = \frac{(n\pi)^2}{L^2} \rightarrow P = \frac{EI (n\pi)^2}{L^2} \rightarrow \boxed{P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}}$$



■ Critical Buckling Load, P_{cr} بار کمانشی بحرانی

The critical buckling load (Euler Buckling) for a long column is given by

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (9)$$

where

E = modulus of elasticity of the material مدول الاستیسیته

I = moment of inertia of the cross section ممان اینرسی

L = length of column طول



■ تنش کمانشی بحرانی Critical Buckling Stress

The critical buckling normal stress is given by

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (11)$$

Where

$r =$ radius of gyration = $\sqrt{\frac{I}{A}}$ شعاع ژیراسیون

$(L/r) =$ slenderness ratio of column لاغری

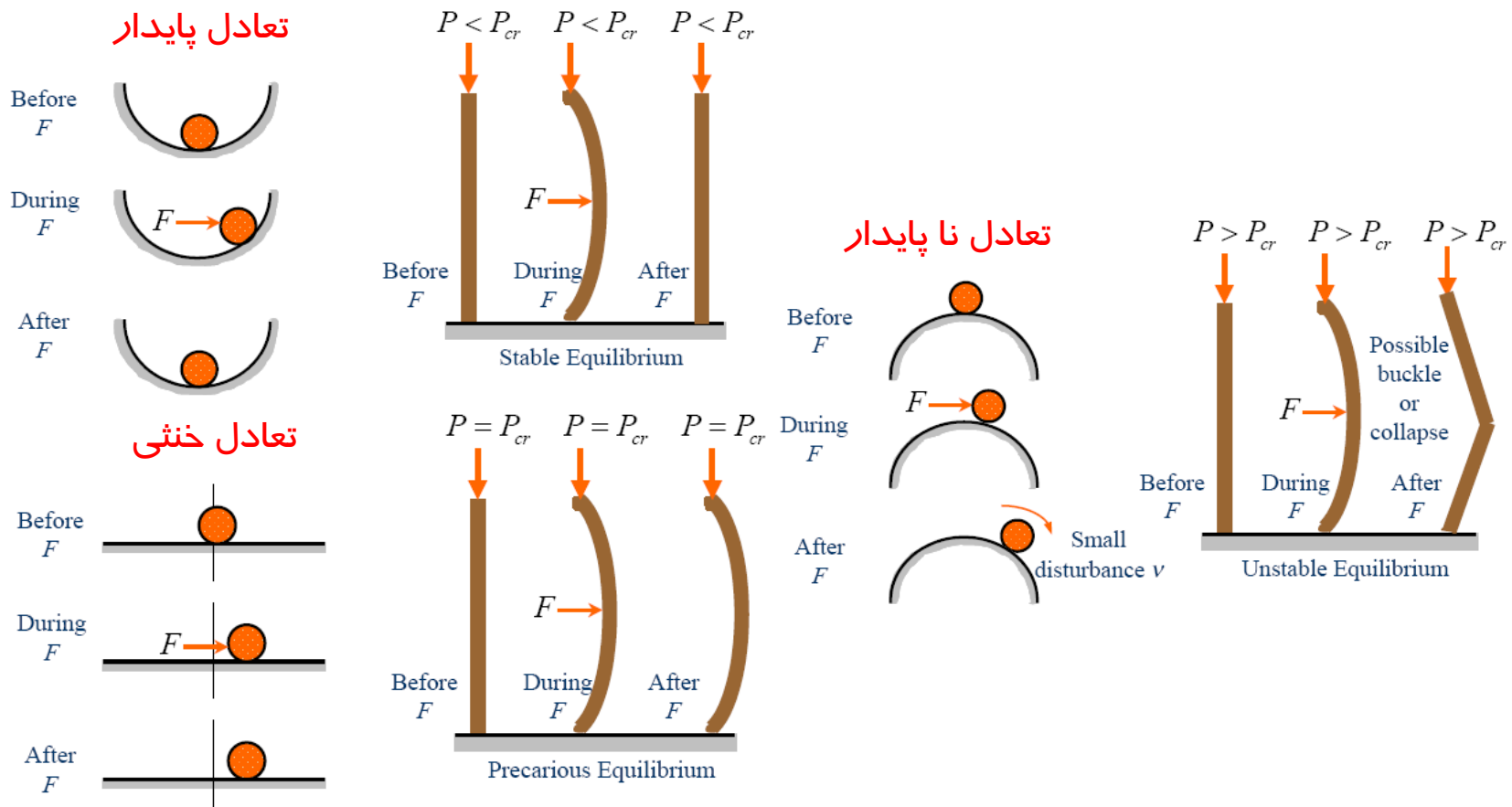
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مفهوم کمانش

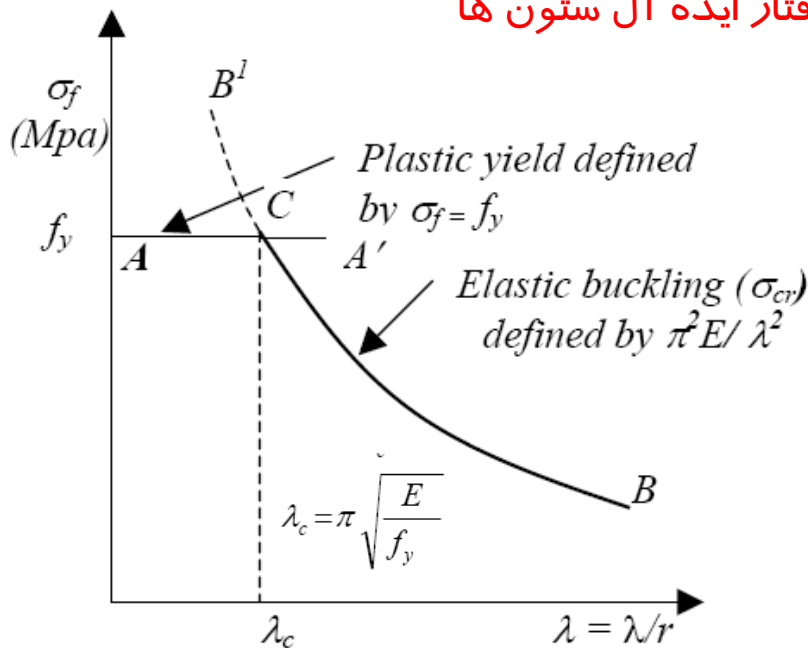




• شرایط ایده آل برای کمانش ولر

- رفتار الاستیک باشد
- هیچگونه خطای ساخت وجود نداشته باشد
- بار خروج از مرکزیت نداشته باشد
- تنش های پس ماند وجود نداشته باشند

رفتار ایده آل ستون ها



• تنش های پس ماند

■ Residual Stresses in Rolled Sections

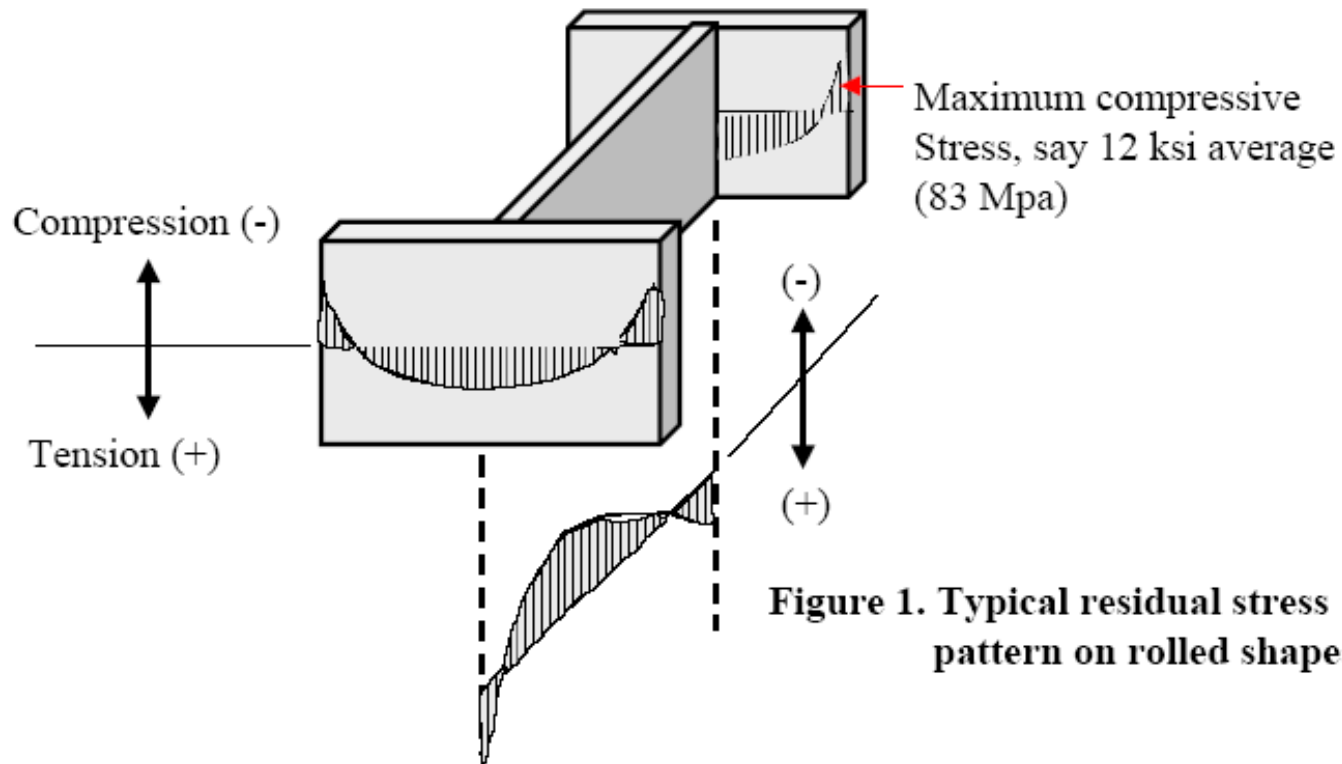


Figure 1. Typical residual stress pattern on rolled shapes

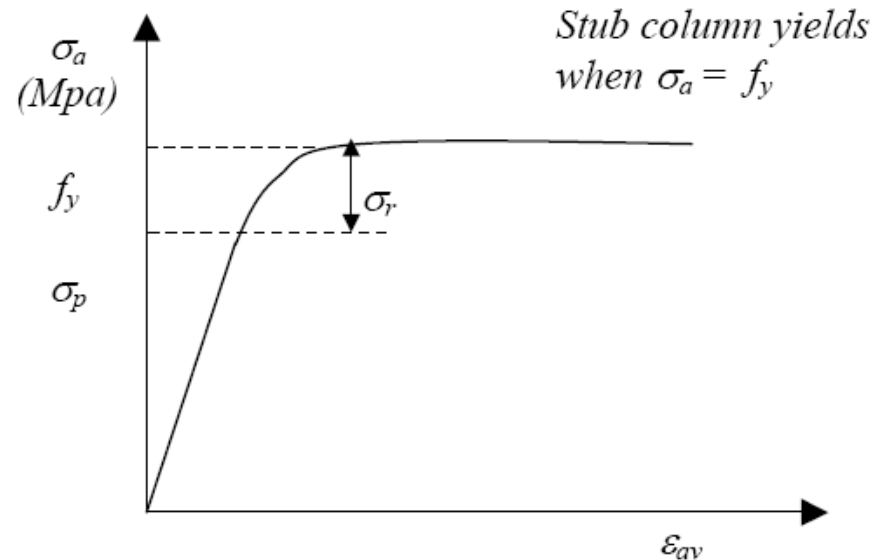
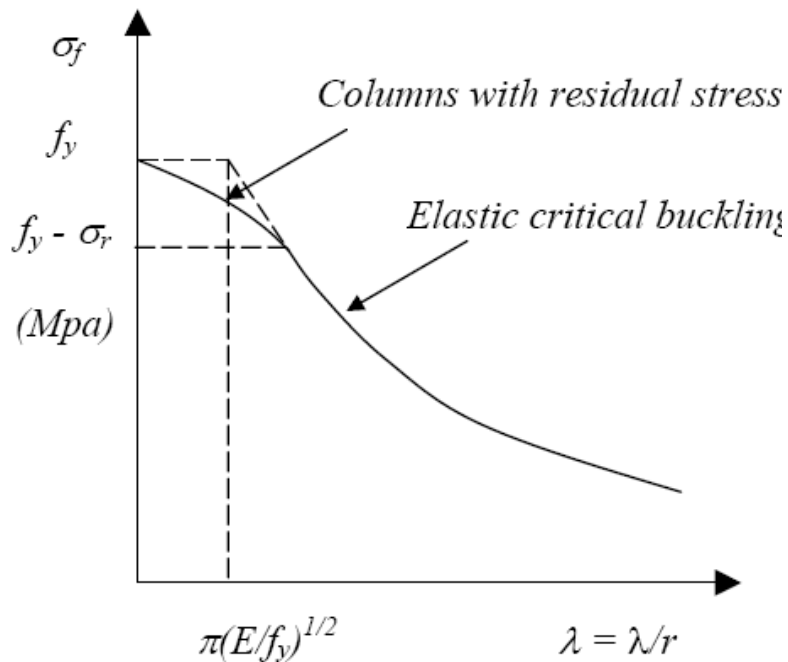
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



اثر تنش های پس ماند



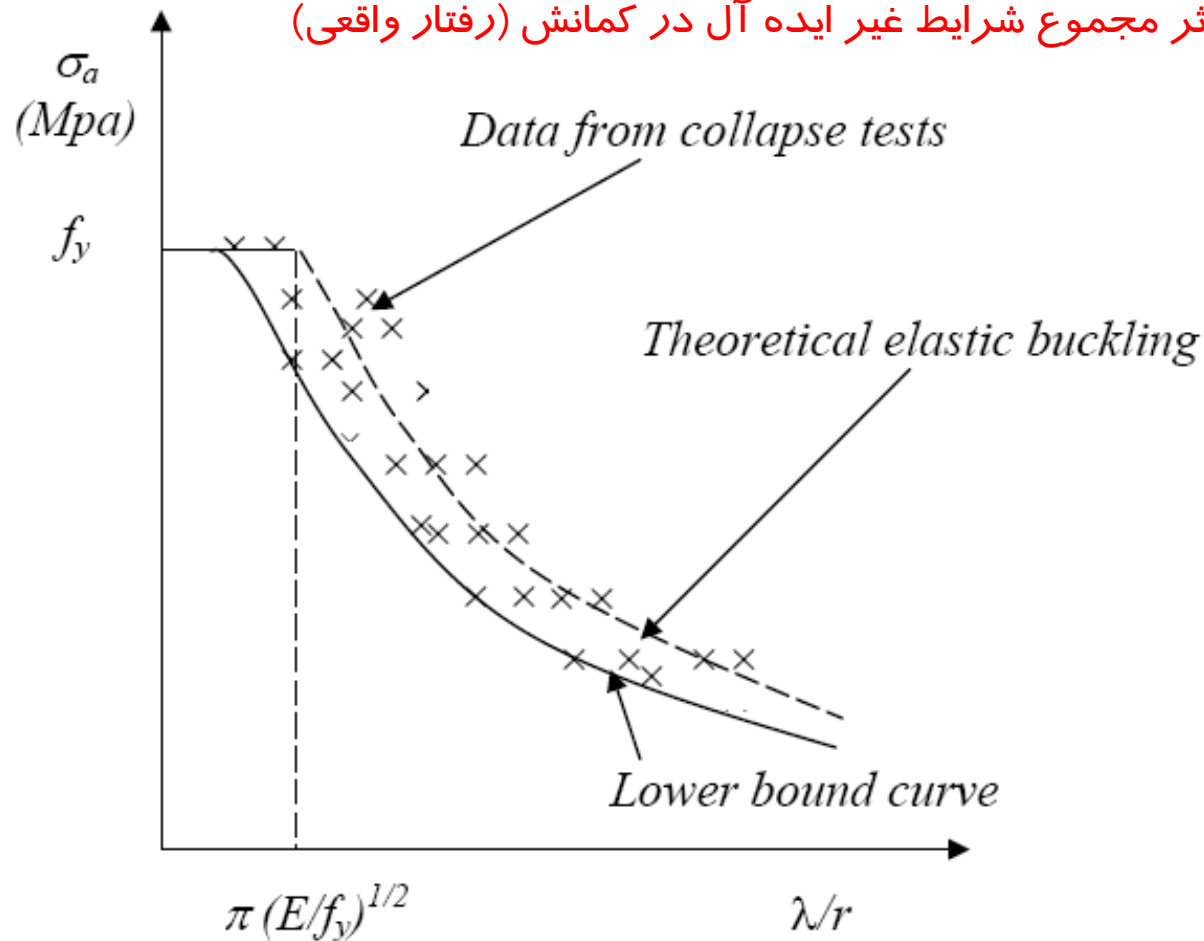
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



اثر مجموع شرایط غیر ایده آل در کمانش (رفتار واقعی)



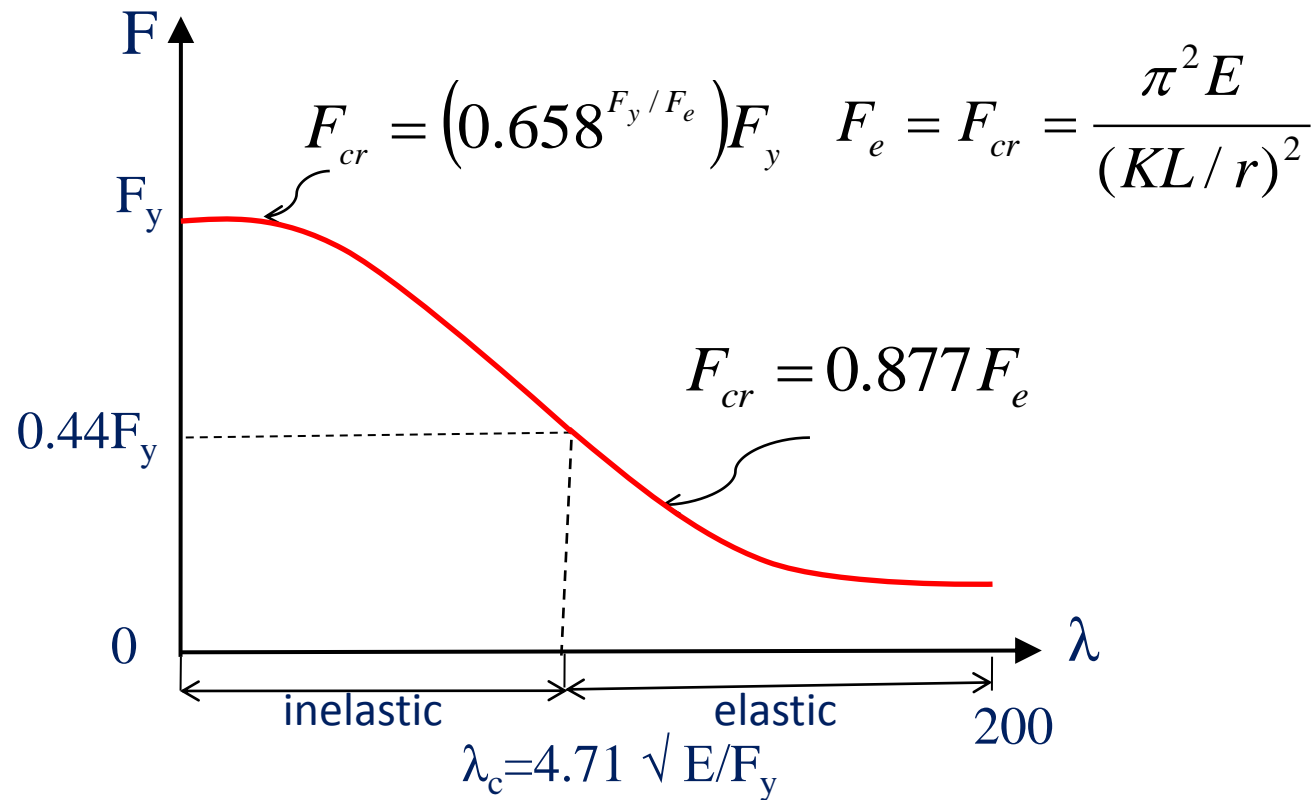
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



رابطه پیشنهادی آیین نامه



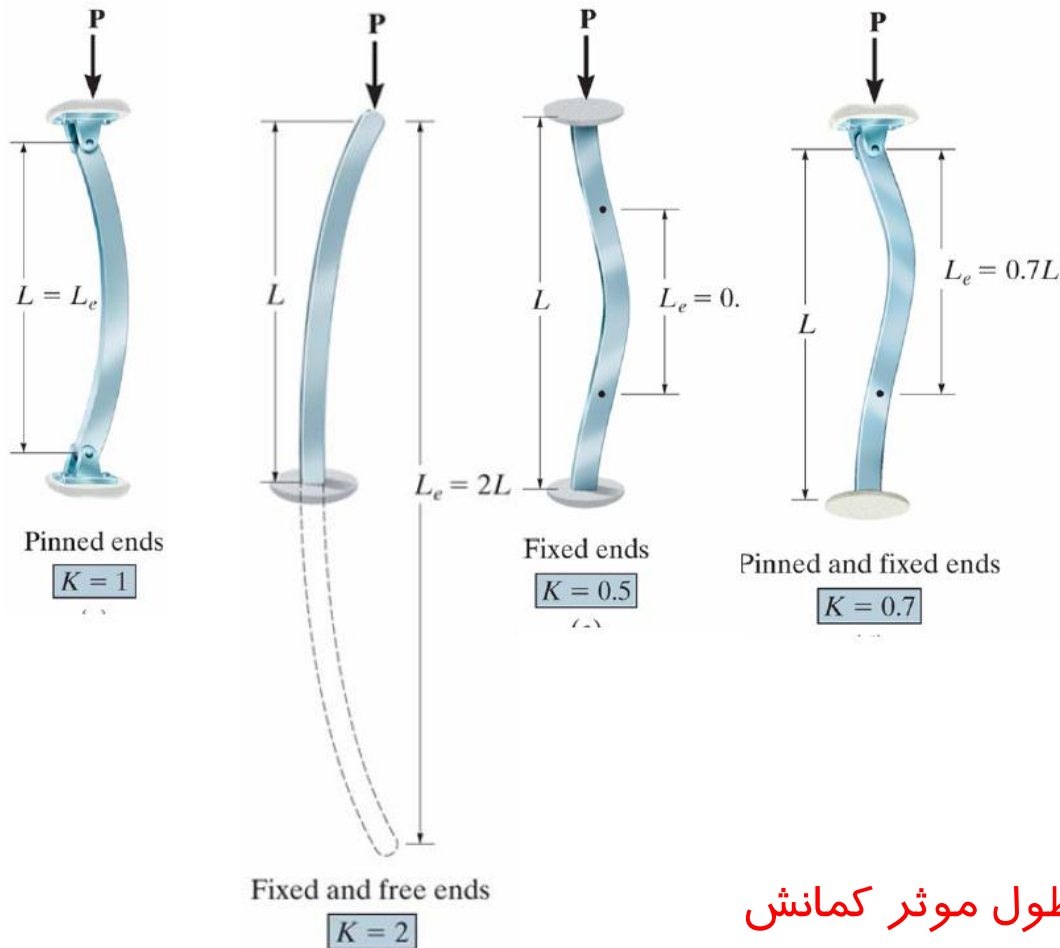
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



اثر شرایط تکیه گاهی



طول موثر کمانش



■ The Effective Length Concept طول موثر کمانش

Based on the effective length concept, the Euler buckling load and stress formulas become, respectively

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (2)$$

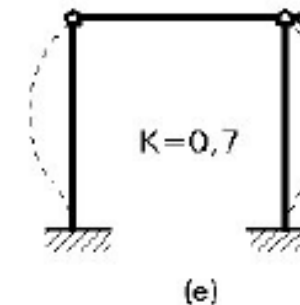
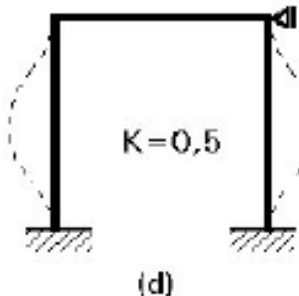
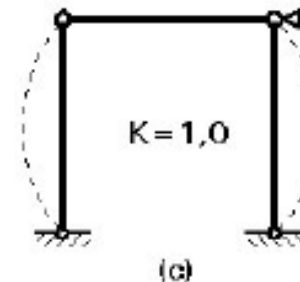
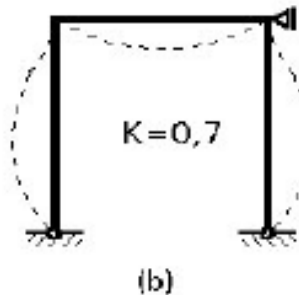
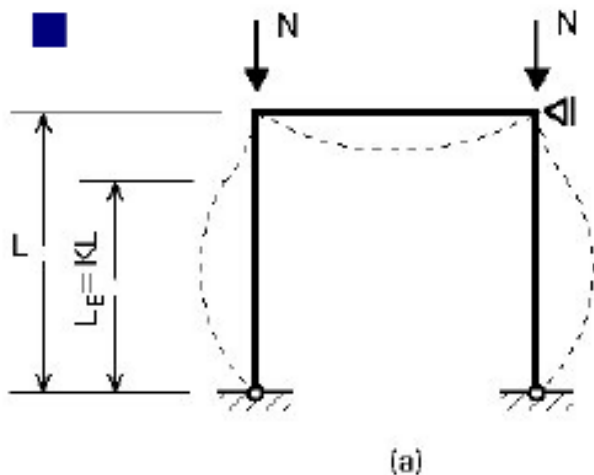
or

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad (3)$$

$KL = L_e = L' = \text{effective length}$

قاب های مهار شده

Theoretical Effective length factors



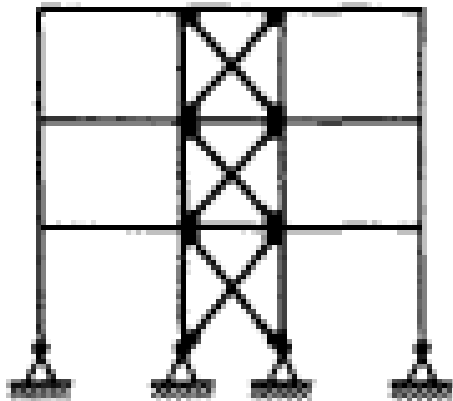
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

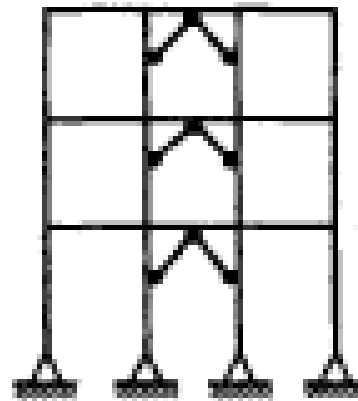
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال هایی از قاب های مهار شده



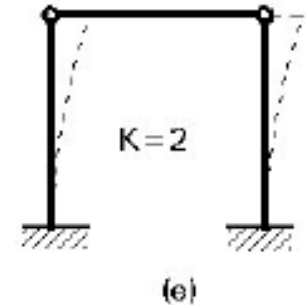
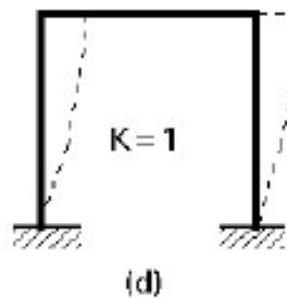
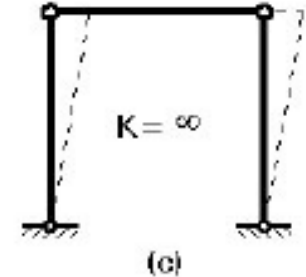
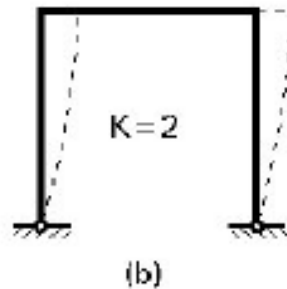
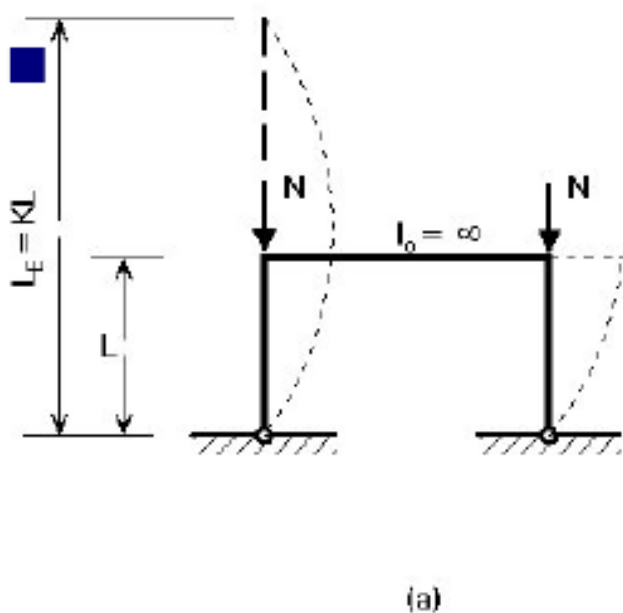
(a) Diagonal bracing



(b) Shear Walls
(masonry, reinforced concrete,
or steel plate)

قاب های مهار نشده

Theoretical Effective length factors



فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ضریب طول موثر کمانش

Buckled shape of column shown by dashed line						
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value K	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End condition key		Rotation fixed and translation fixed Rotation free and translation fixed Rotation fixed and translation free Rotation free and translation free				

محاسباتی

پیشنهاد آیین نامه

طول موثر کمانش
در قاب ها

Effective lengths in frame columns

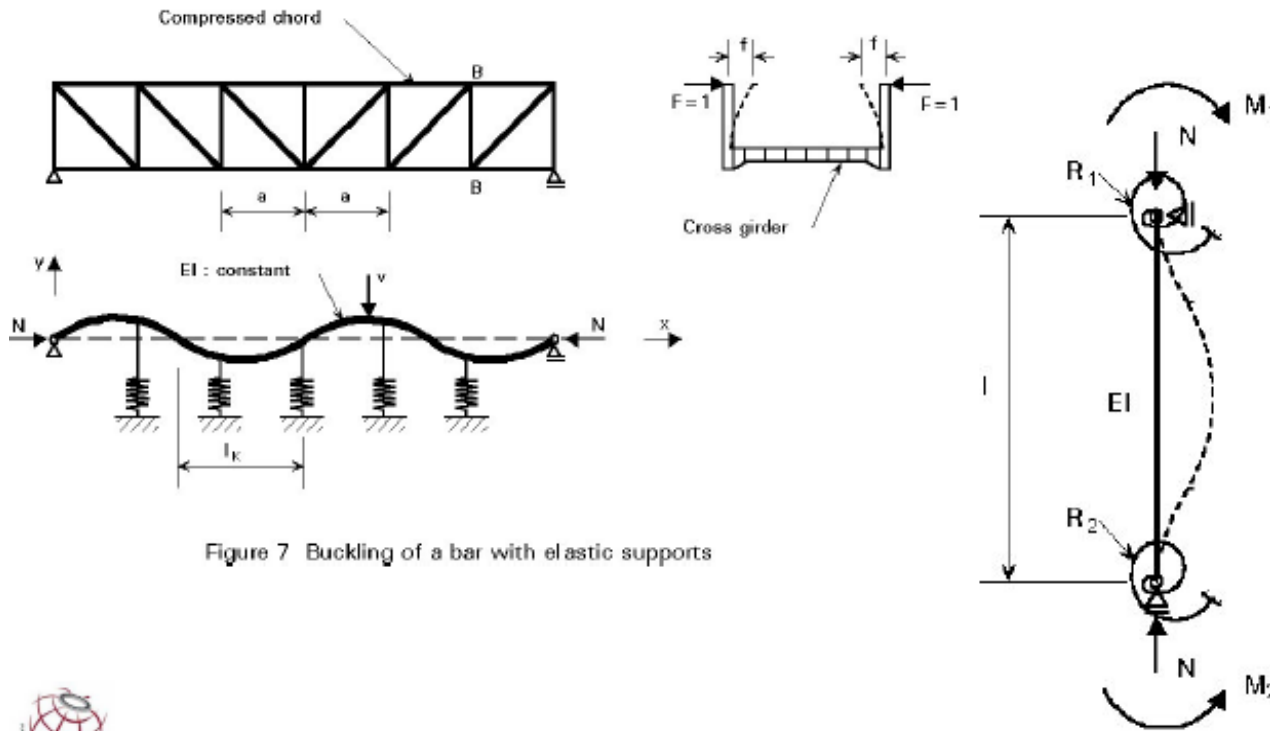


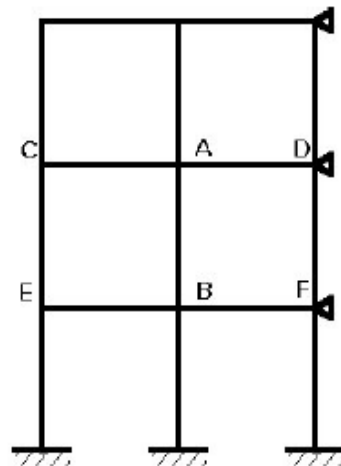
Figure 7 Buckling of a bar with elastic supports



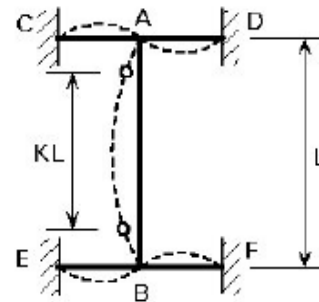


طول موثر کمانش در قاب ها

Effective lengths in frame columns



(a)



(b)

۱۱

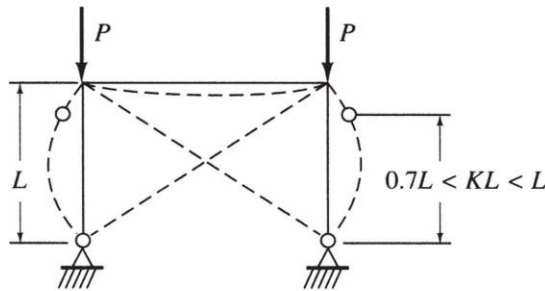
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

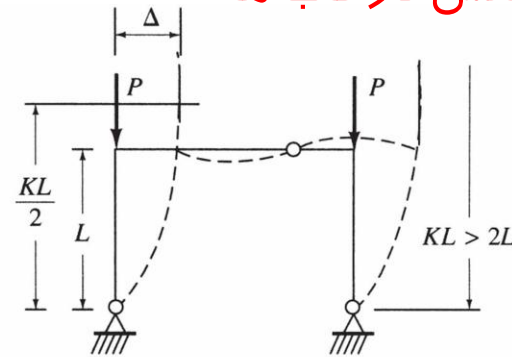
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



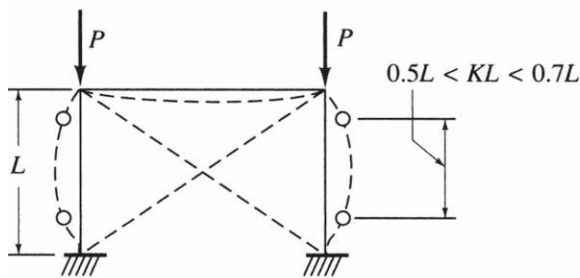
طول موثر کمانش در قاب ها



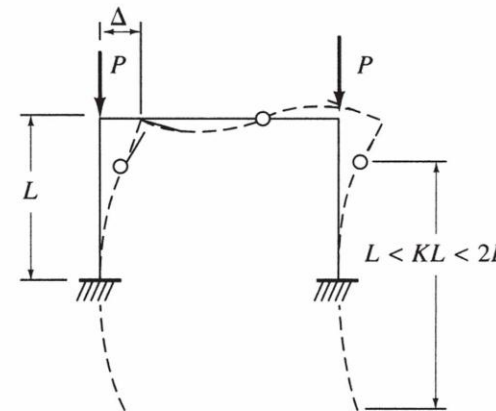
(a) Braced frame, hinged base



(b) Unbraced frame, hinged base



(c) Braced frame, fixed base



(d) Unbraced frame, fixed base

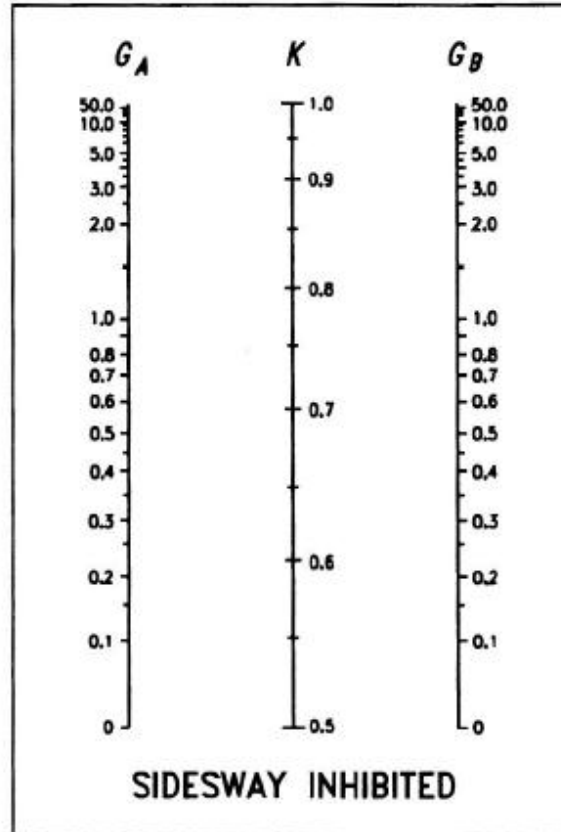
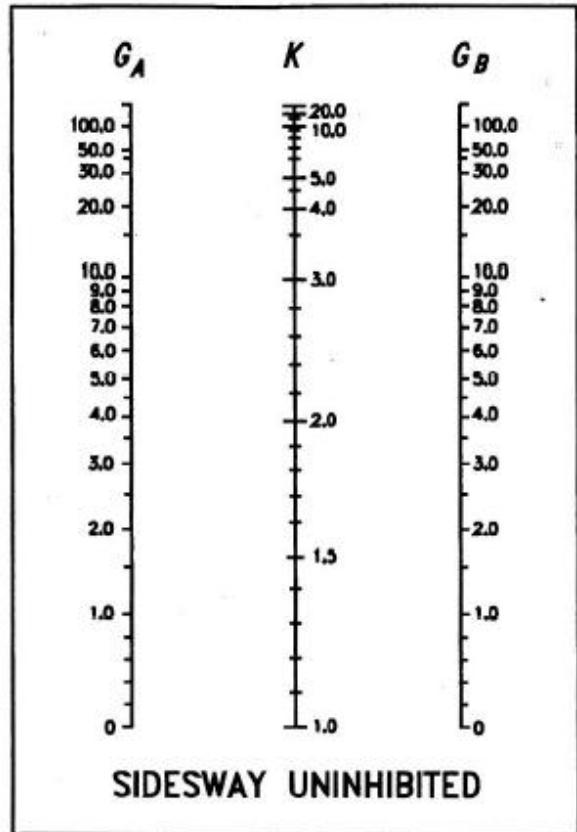
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



طول موثر کمانش
در قاب ها



$$G = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_c}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_b}$$

$$G_{inelastic} = \frac{\sum (E_t I / L)_{col}}{\sum (EI / L)_{beam}} = G_{elastic} [\tau_a]$$

$$\tau_a = \frac{E_t}{E} = \frac{F_{cr,inelastic}}{F_{cr,elastic}}$$



فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

طول موثر کمانش در قاب ها

۱-۱-۱-۱-۱۰ قاب های مهارشده

در قاب هایی که در آنها حرکت جانبی با تکیه کردن بر مهاربندی ها و یا دیوارهای برشی مقید می شود، ضریب طول مؤثر (K) برای اعضای فشاری باید برابر یک به حساب آید.

۱-۱-۲-۱-۱۰ قاب های مهارنشده

قاب هایی که پایداری جانبی آنها از طریق سختی خمشی اعضای قاب (تیرها و ستون هایی که با اتصالات صلب به یکدیگر متصل هستند) تأمین می شود، طول مؤثر (KL) اعضای فشاری باید با تجزیه و تحلیل وضع موجود تعیین شود و هیچ گاه نباید کمتر از طول واقعی عضو در نظر گرفته شود. ضریب طول مؤثر K را می توان از رابطه زیر تعیین نمود:

$$K = \sqrt{\frac{1/4 G_A G_B + 2(G_A + G_B) + 7/5}{G_A + G_B + 7/5}} \geq 1 \quad (1-2-1-10)$$

G_A و G_B = نماد نشان دهنده شرایط مرزی دو انتهای عضو فشاری و برابر است با نسبت مجموع EI/L ستون ها به مجموع EI/L تیرهای منتهی به دو انتهای عضو فشاری در یک صفحه. پارامترهای به کار رفته به قرار ذیل می باشند:

فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

E = ضریب ارتجاعی

I = ممان اینرسی حول محور خمش

L = طولی از عضو (محور به محور) که مهار جانبی ندارد

$G = 1$ برای انتهای گیردار ستون

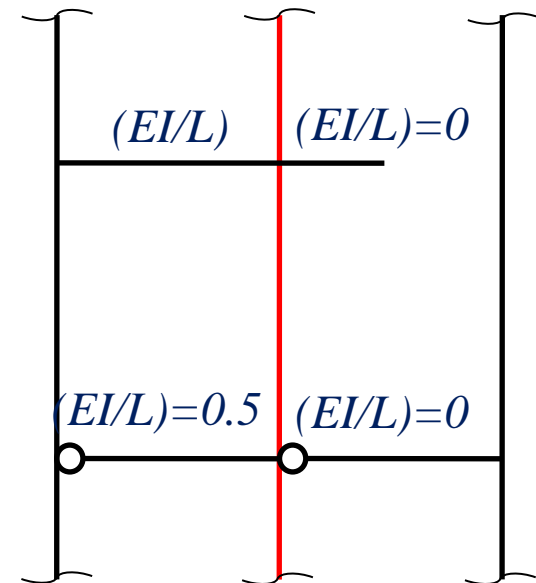
$G = 1.0$ برای انتهای مفصلی ستون

در این مورد لازم است به بند ۱۰ - ۲ - ۷ - ۱ - ۱ نیز مراجعه شود.

تبصره ۱: برای تیرهای طره‌ای متصل به عضو فشاری، $\frac{EI}{L}$ مساوی صفر در نظر گرفته می‌شود.

تبصره ۲: هرگاه انتهای نزدیک تیر به عضو فشاری مفصلی باشد، $\frac{EI}{L}$ آن تیر مساوی صفر در نظر گرفته می‌شود.

تبصره ۳: هرگاه انتهای دور تیر به عضو فشاری مفصلی باشد، مقدار $\frac{EI}{L}$ آن تیر باید در ضریب 0.5 ضرب شود.



فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• مقاومت فشاری طرح:

$$P_u \leq \phi_c P_n = \phi_c (A_g F_{cr})$$

$$\phi_c = 0.9$$

$$P_u = \sum \gamma_i P_i$$

$$F_{cr} = (0.658^{F_y / F_e}) F_y \quad \lambda < 4.71 \sqrt{E / F_y}$$

$$F_{cr} = 0.877 F_e \quad \lambda > 4.71 \sqrt{E / F_y}$$

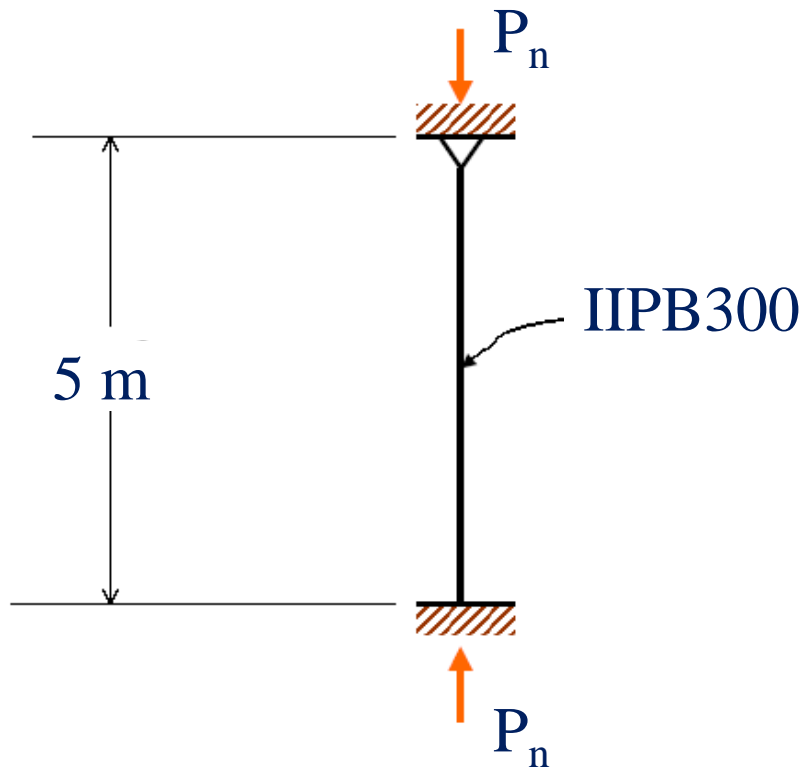
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال:



$$\text{IPB300: } A=149 \text{ cm}^2$$

$$r_x=12.98 \text{ cm} \quad r_y=7.58 \text{ cm}$$

$$K=0.8$$

$$r_{\min}=r_y=7.58 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\max}=0.8 * 500/7.58=52.7$$

$$\lambda_c=4.71 \sqrt{E/F_y}=4.71 \sqrt{2e6/2400}$$

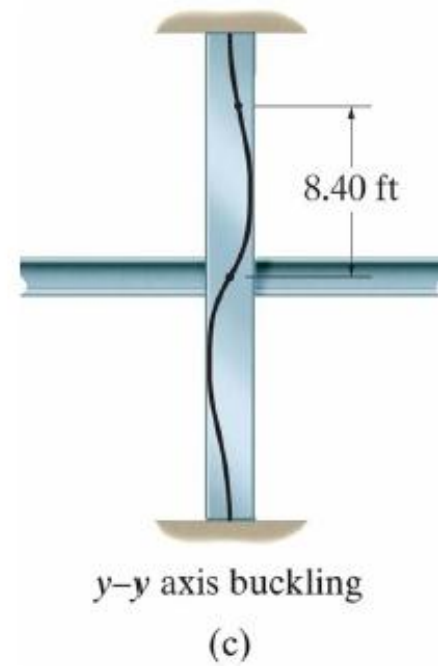
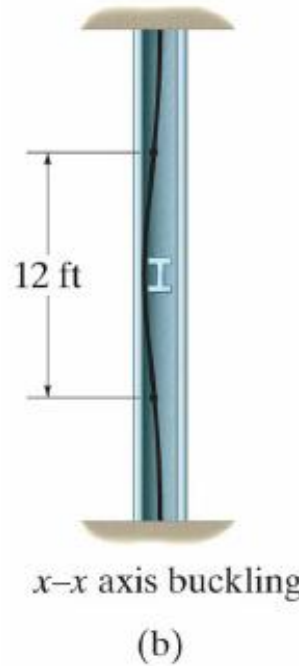
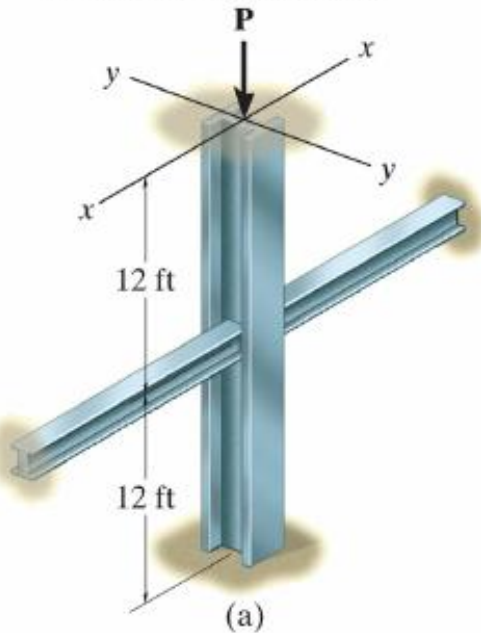
$$\lambda_c=136 > 52.7$$

$$F_e=\pi^2 E/\lambda^2=7107 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_y/F_e=2400/7107=0.34$$

$$P_n=149 * (0.658^{0.34}) * 2.4=310 \text{ t}$$

Effective lengths in different directions



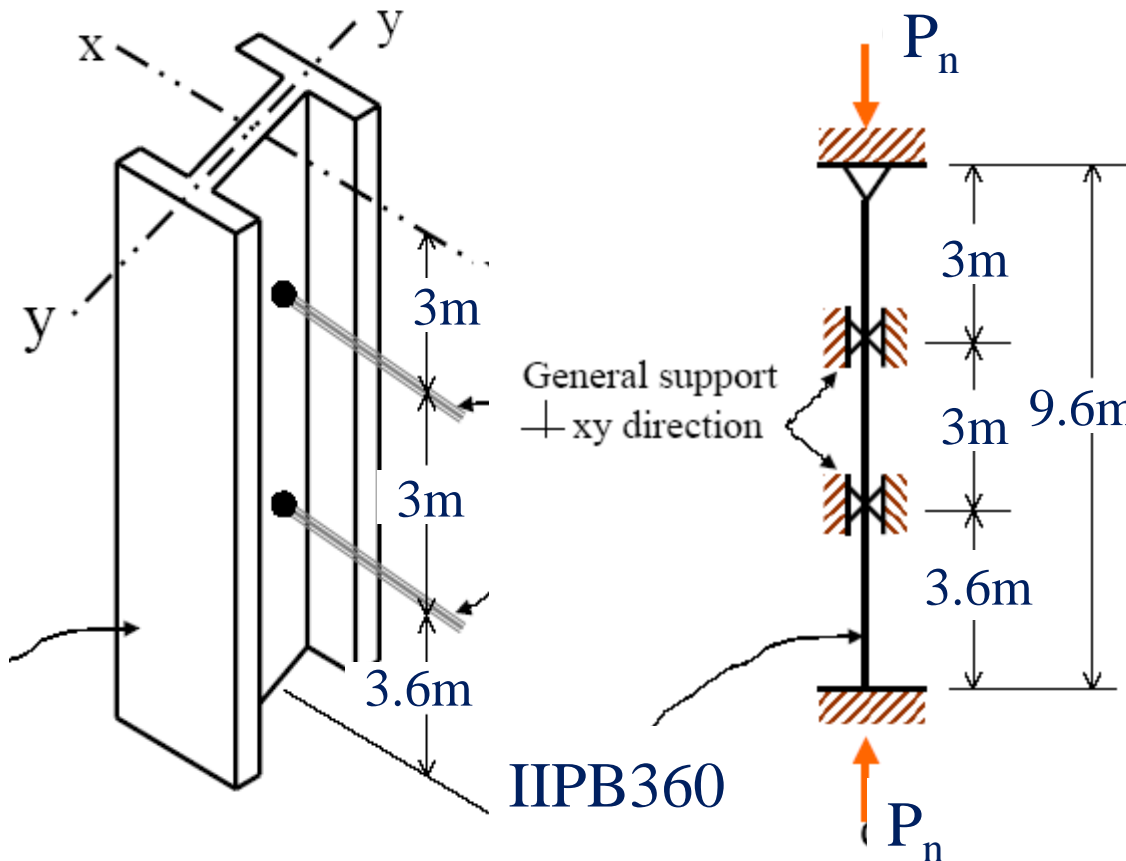
فصل چهارم - اعضای فشاری

مقاومت کمانشی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال:



$$\text{IPB360: } A=181 \text{ cm}^2$$

$$r_x=15.45 \text{ cm} \quad r_y=7.48 \text{ cm}$$

$$L_x=9.6 \text{ m} \quad L_y=3 \text{ m}, 3.6 \text{ m}$$

$$k_x=0.8 \quad k_y=1, 0.8$$

$$\lambda_x = k_x L_x / r_x = 0.8 * 960 / 15.45 = 49.7$$

$$\lambda_y = k_y L_y / r_y = 1 * 300 / 7.48 = 40.1$$

$$F_e = \pi^2 E / \lambda^2 = \pi^2 * 2e6 / 49.7^2 = 7991$$

$$F_{cr} = (0.658)^{2400/7991} * 2400 = 2116$$

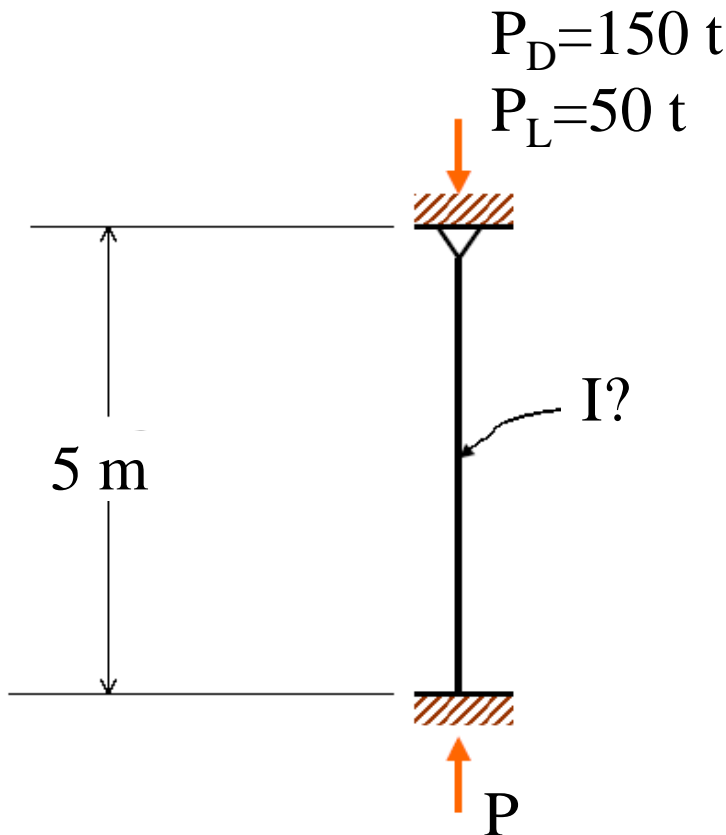
$$P_n = 2116 * 181 / 1000 = 383 \text{ t}$$



• طراحی اعضای فشاری

- ۱- محاسبه نیروی طراحی P_a
- ۲- تخمین تنش مجاز F_a
- ۳- تعیین سطح مقطع مورد نیاز $A = P_a / F_a$
- ۴- انتخاب مقطع مناسب
- ۵- کنترل مقطع انتخاب شده
- ۶- تغییر و کنترل مقطع جدید در صورت نیاز

مثال:



$$P_u = 1.25 * 150 + 1.5 * 50 = 262.5 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 2100 \text{ kg/cm}^2 = 2.1 \text{ t/cm}^2$$

$$A = P_u / \Phi F_{cr} = 262.5 / 0.9 / 2.1 = 138 \text{ cm}^2$$

$$\text{IPB320: } A = 161 \quad r_x = 13.8 \quad r_y = 7.6$$

$$\text{Box 280x12 } A = 134 \quad r_x = r_y = 10.8$$

مقطع قوطی مناسب تر است

$$\lambda = 8 * 500 / 10.8 = 37 \quad F_e = 2e7 / 37^2 = 14609$$

$$F_{cr} = (0.658^{2.4 / 14.609}) * 2.4 = 2.24 \text{ t/cm}^2$$

$$P = 0.9 * 2.24 * 134 = 270$$

مقطع مناسب است

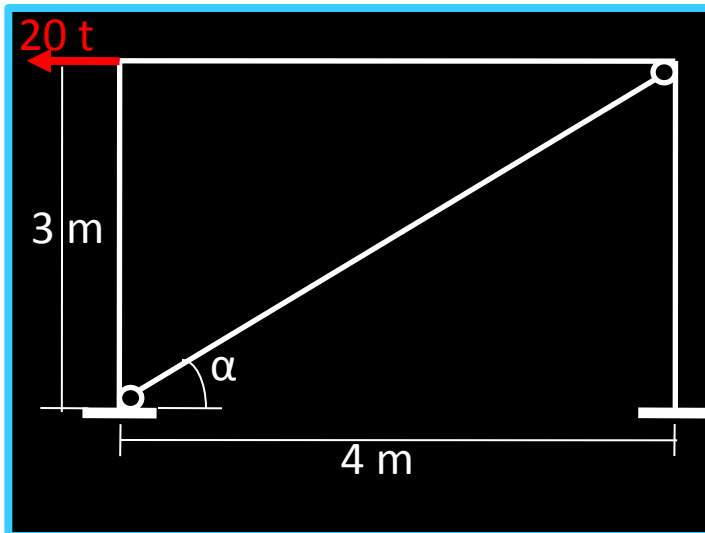
فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



• مثال: مطلوب است تعیین مقطع مناسب برای مهاربند نشان داده شده



$$P_E = 20 \text{ t}$$

$$P_U = 1.2 P_E = 24 \text{ t}$$

$$T_U = 24 / \cos(\alpha) = 30 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 1500 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 25 / 0.9 * 15 = 22.2 \text{ cm}^2$$

$$L \ 120 \times 12 \quad A = 27.54 \text{ cm}^2 \quad r_{\min} = 2.35$$

$$\lambda = L / r_{\min} = 500 / 2.35 = 213 > 200$$

$$2L \ 80 \times 8 \quad A = 24.6 \text{ cm}^2 \quad r_x = 2.42$$

$$L / r_x = 500 / 2.42 = 206 > 200$$

$$\lambda = 200 \quad F_{cr} = 2e7 / 200^2 = 500 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_u = 0.9 * 0.5 * 24.6 = 11 < 30 \text{ t}$$

$$2L \ 100 \times 10 \quad A = 38.4 \text{ cm}^2 \quad r_x = 3.04$$

$$L / r_x = 500 / 3.04 = 164 > 136$$

$$\lambda = 164 \quad F_{cr} = 2e7 / 164^2 = 743 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_u = 0.9 * 0.743 * 38.4 = 25.7 < 30 \text{ t}$$

$$2L \ 90 \times 9 \quad A = 31.6 \text{ cm}^2$$

$$r_x = 0.4 * 9 = 3.6 \text{ cm} \quad L / r_x = 500 / 3.6 = 139 < 136$$

$$\lambda = 139 \quad F_{cr} = 1050 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_u = 0.9 * 1.05 * 31.6 = 30 \text{ t ok}$$

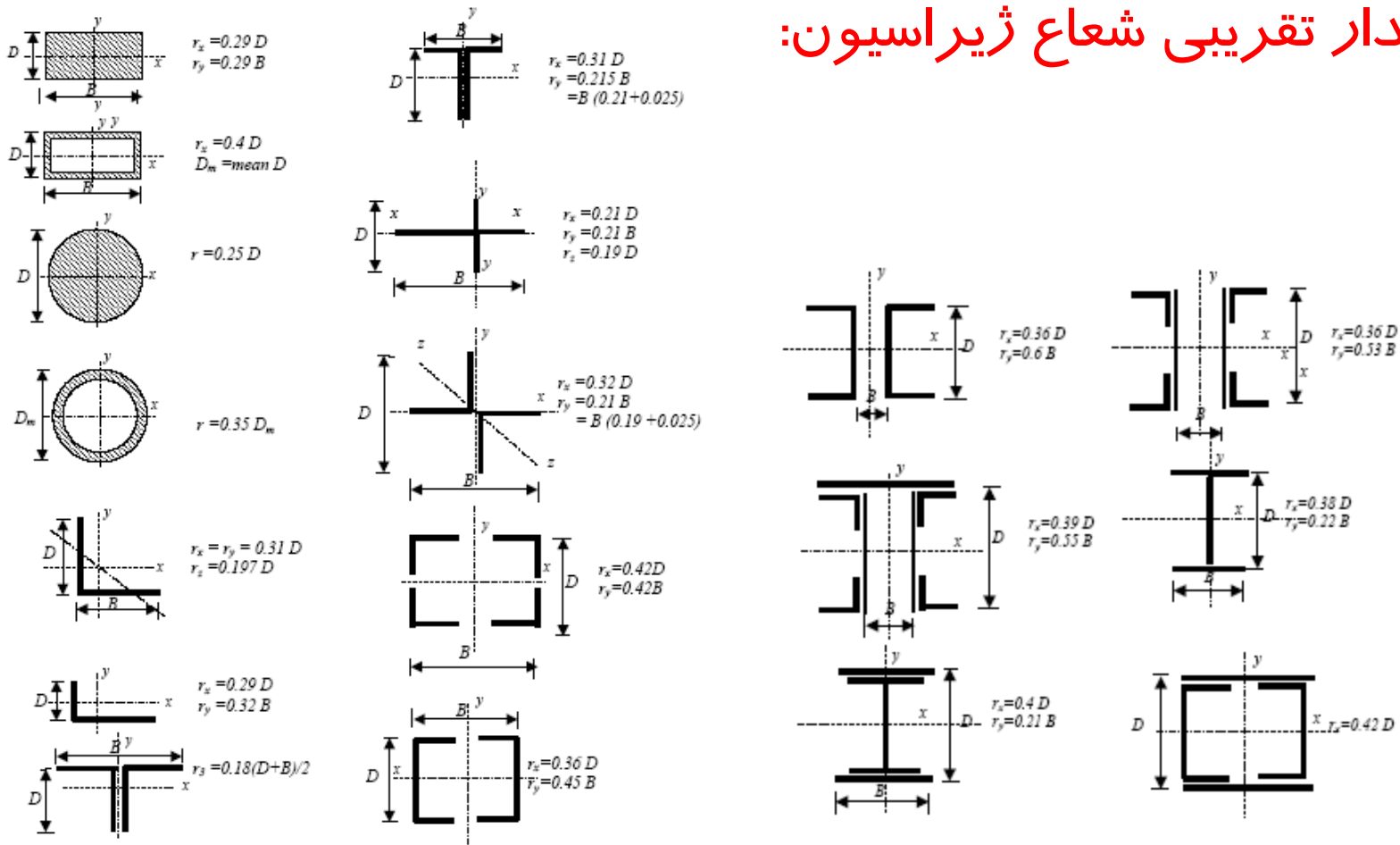
فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد

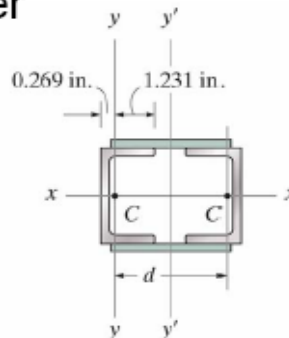
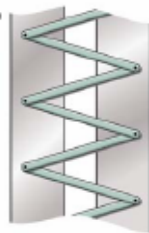


مقدار تقریبی شعاع ژیراسیون:

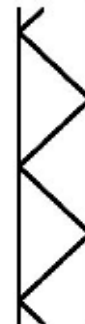


Built-up columns

- Two or more sections
 - Stitch bolts
 - Batten plates
 - Lacing
 - Combined batten & lacing
 - Perforated cover plates



(Single)



بست مورب
Lacing systems

(Double)



بست افقی
Battered column



بست مورب و افقی

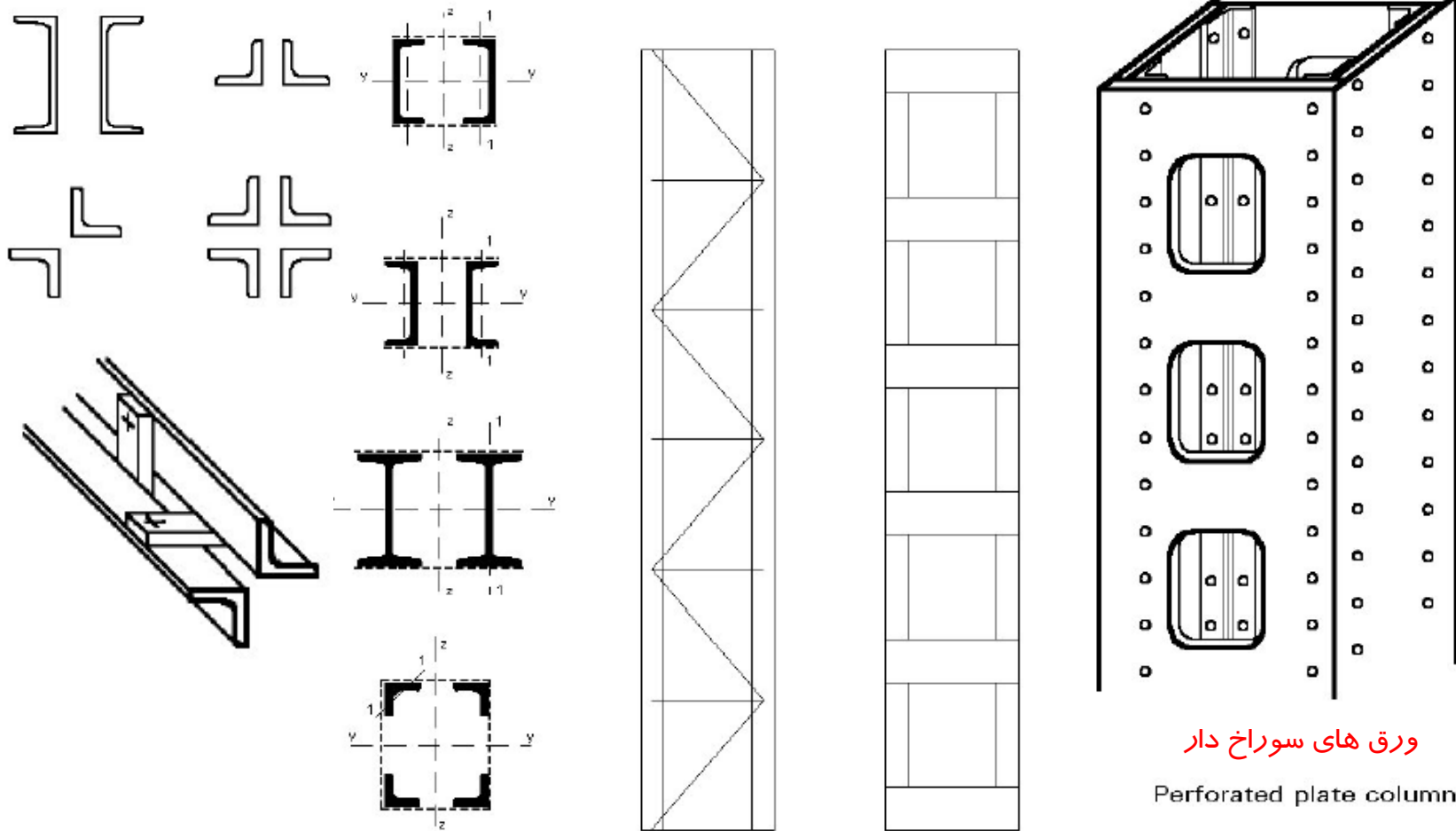
Combination of laced and battered systems

Figure 5 Laced and battered columns

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ورق های سوراخ دار

Perforated plate column

Compression members -Dr. Seshu Aduri



طراحی اعضای فشاری ساخته شده:

اثر تغییر شکل های اضافی (برشی) ناشی از عدم یکپارچگی مقطع
کنترل کمانش موضعی مقاطع در فاصله بین اتصالات
طراحی اعضای اتصال دهنده (پیوند ها)
سایر محدودیت های ساخت



طراحی اعضای فشاری

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\alpha \frac{kL}{r}\right)^2}$$

اثر تغییر شکل های برشی

ستون های معمولی (جان پر)

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{2(1 + \mu)\pi^2 \beta}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2}}$$

$KL/r = 50$	$\alpha_v = 1.01$
$= 70$	$= 1.005$
$= 100$	$= 1.003$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} * \frac{A}{A_d} * \frac{1}{\cos \theta \sin^2 \theta}}$$

بست های مورب

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{12 \left(\frac{L}{r}\right)^2} * \left(\frac{A}{A_b} * \frac{ab}{r_b^2} + \frac{a^2}{r_1^2}\right)}$$

بست های افقی

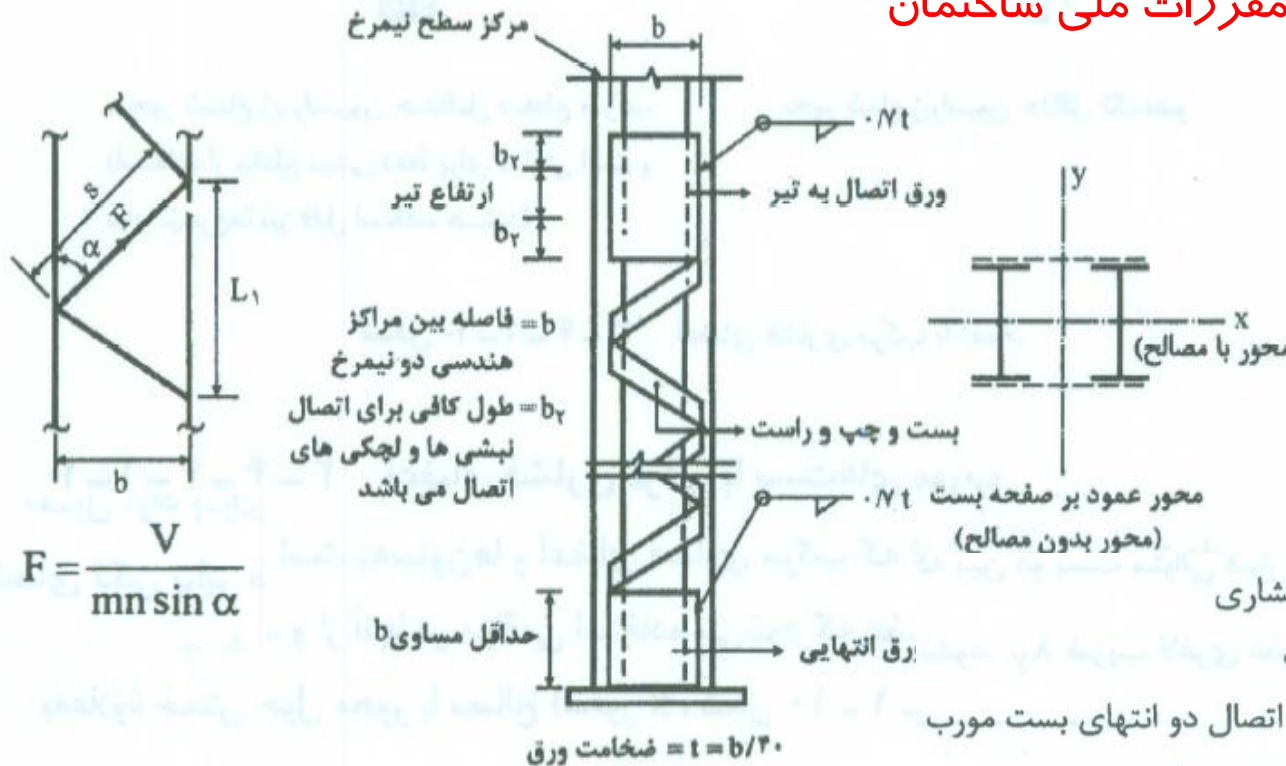
بست های مورب و افقی

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} * \left(\frac{A}{A_d} * \frac{1}{\cos \theta \sin^2 \theta} + \frac{A}{A_b} \tan \theta\right)}$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

بست های مورب - مقررات ملی ساختمان



$$\lambda_e = \sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2}$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A \cdot S^2}{2 A_d \cdot L_1 \cdot b^2}}$$

A = سطح مقطع کلی عضو فشاری
 A_d = سطح مقطع بست مورب

S = طول بین مراکز هندسی اتصال دو انتهای بست مورب

L_1 = طول مرکز به مرکز مهارنشده تگ نیمرخ

b = فاصله مراکز سطح مقطع نیمرخها

For $\frac{KL}{r} > 40$, $\alpha_v = \sqrt{1 + 300/(KL/r)^2}$

For $\frac{KL}{r} \leq 40$, $\alpha_v = 1.1$

AISC



بست‌های مورب را می‌توان از تسمه، نبشی، ناودانی یا مقطع مناسب دیگر انتخاب کرد. بست‌های مورب را باید طوری قرار داد که ضریب لاغری حداکثر نیمرخ محصور بین نقاط اتصال آنها از $\frac{3}{4}$ ضریب لاغری تعیین‌کننده کلی عضو بیشتر نشود.

نسبت $\frac{L}{r}$ برای بست‌های مورب تکی نباید از ۱۴۰ تجاوز کند.

برای بست‌های مورب زوج (ضربدری) این نسبت نباید از ۲۰۰ بیشتر شود.

بست‌های مورب زوج که به‌صورت ضربدری اجرا می‌شود، باید در محل تقاطع خود به یکدیگر متصل شوند.

طول آزاد برای محاسبه ضریب لاغری بست‌های اتصالی که در فشار قرار دارند، در بست‌های تکی برابر فاصله بین مرکز هندسی اتصالات (پیچ، پرچ یا جوش) دوسر آنها به‌عضو فشاری و در بست‌های زوج ضربدری ۷۰ درصد این فاصله به‌حساب می‌آید.

زاویه تمایل امتداد بست‌ها نسبت به‌محور طولی عضو، نباید کمتر از ۴۵ درجه برای بست‌های ضربدری و ۶۰ درجه برای بست‌های تکی باشد.

اگر فاصله بین مرکز هندسی اتصالات (پیچ یا جوش) دوسر بست بیش از ۴۰۰ میلی‌متر باشد، ارجح است که بست‌ها به‌صورت زوج در نظر گرفته شوند و یا از نیمرخ نبشی طراحی گردند.

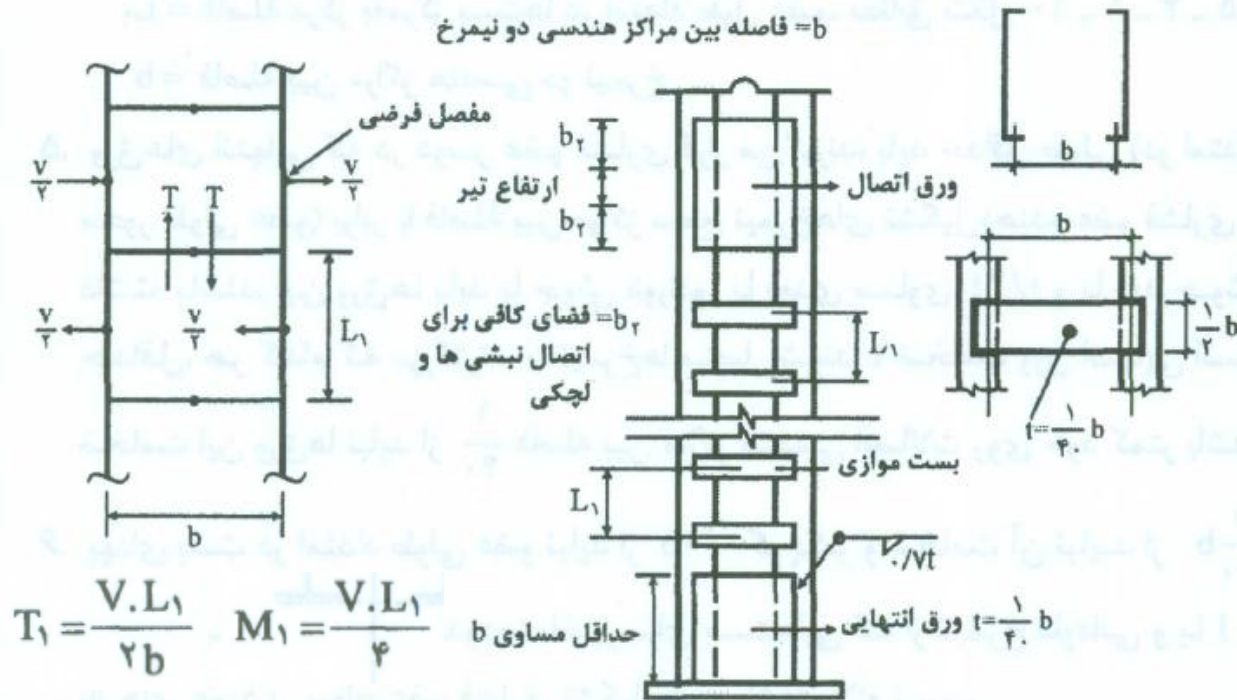
فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



بست های افقی - مقررات ملی ساختمان



$$\lambda_{ye} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}$$

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1}$$

For $\frac{KL}{r} > 40$, $\alpha_v = \sqrt{1 + 300/(KL/r)^2}$

For $\frac{KL}{r} \leq 40$, $\alpha_v = 1.1$

AISC:

L_1 = فاصله مرکز به مرکز بست در امتداد طولی عضو

r_1 = شعاع ژیراسیون حداقل هریک از نیمرخ های فشاری تک می باشد.

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

۱. بست‌های میانی باید به تعدادی باشد که طول عضو فشاری (بین ورق‌های انتهایی) را حداقل به سه قسمت تقسیم کند.
۲. فاصله بست‌ها از یکدیگر باید به اندازه‌ای باشد که ضریب لاغری تک نیمرخ عضو فشاری $\left(\frac{L_1}{r_1}\right)$ در قسمتی که بین دو بست متوالی قرار دارد، از ۴۰ و همچنین از $\frac{3}{4}$ ضریب لاغری (λ_y) بیشتر نشود. ضریب لاغری عضو فشاری نسبت به محور $y-y$ (محور عمود بر امتداد بست) و L_1 فاصله مرکز به مرکز قیدها در امتداد طول عضو و r_1 شعاع ژیراسیون حداقل تک‌نیمرخ می‌باشد.
۴. بست‌ها را می‌توان از تسمه، ورق، ناودانی و یا نیمرخ I انتخاب کرد. اتصال بست‌ها به نیمرخ‌های اصلی عضو فشاری باید توسط پیچ، پرچ و یا جوش دورادور صورت گیرد به طوری که هر اتصال و نیز مقطع هر بست در مقابل نیروی برشی طولی (عمود بر امتداد بست) $T_1 = \frac{V \cdot L_1}{2b}$ و لنگر خمشی $M_1 = \frac{V \cdot L_1}{4}$ مقاوم باشد.

فصل چهارم - اعضای فشاری

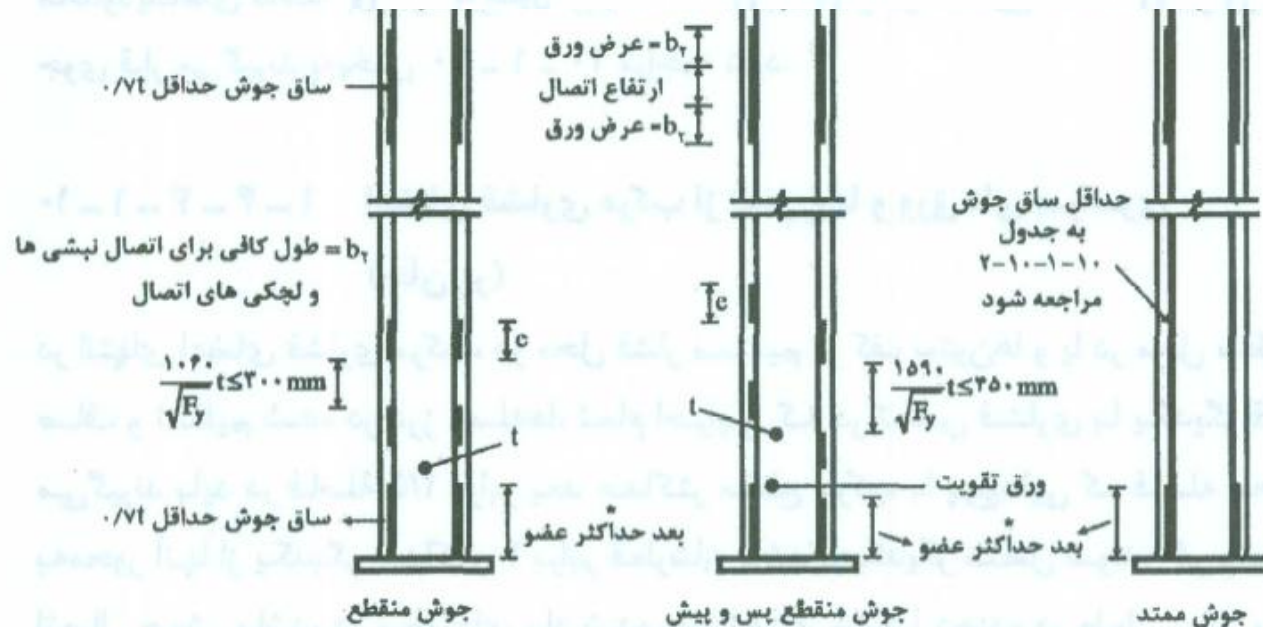
طراحی اعضای فشاری

۵. ورق‌های انتهایی که در دوسر عضو فشاری قرار می‌گیرند، باید حداقل طولی (در امتداد محور طولی عضو) برابر با فاصله بین مراکز سطح نیمرخ‌های تشکیل‌دهنده عضو فشاری را داشته باشند. این ورق‌ها باید با جوش دورادور با بعدی مساوی $t/7$ و یا بعد جوش حداقل، هر کدام که بزرگترند، به نیمرخ‌ها متصل شوند. t ضخامت ورق انتهایی است. ضخامت این ورق‌ها نباید از $\frac{1}{4}$ فاصله بین مراکز هندسی اتصالات روی خود کمتر باشد.
۶. پهنای بست در امتداد طولی عضو نباید از $0.5b$ کوچکتر و ضخامت آن نباید از $\frac{1}{4}b$ کوچکتر باشد. رعایت محدودیت اخیر برای بست‌هایی که از نیمرخ ناودانی و یا I با بال‌های عمود بر سطح عضو فشاری تشکیل شده باشند، لازم نیست.

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

اعضای فشاری مرکب از نیمرخ‌ها و ورق‌های سراسری

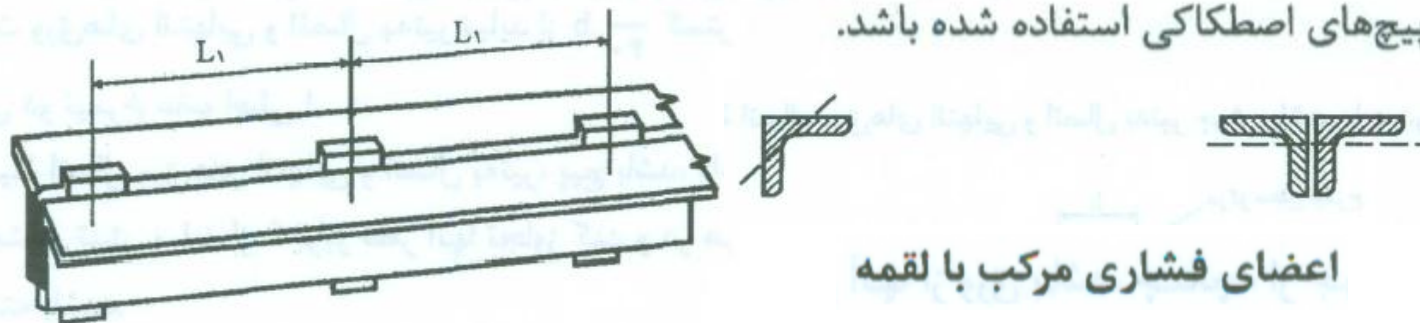


$e =$ حداقل طول جوش مساوی $1.0t$ که t ضخامت ورق است و حداقل ساق جوش طبق جدول ۲-۱۰-۱-۱۰ می‌باشد.

* این جوش باید بتواند نیروی مساوی حاصل ضرب سطح مقطع ورق در $0.6F_y$ را تحمل نماید.

در اعضای فشاری که از دو یا چند نیمرخ نوردشده ساخته شوند و با گذاردن قطعات لقمه در بین آنها به یکدیگر متصل گردند، فواصل لقمه‌ها (یا نقاط اتصال) باید طوری باشد که ضریب لاغری حداکثر $\left(\frac{L_1}{r_1}\right)$ هر نیمرخ در قسمتی که بین دو لقمه قرار دارد از $\frac{3}{4}$ ضریب لاغری تعیین‌کننده کل عضو مرکب تجاوز نکند. L_1 فاصله مرکز به مرکز لقمه‌ها و r_1 شعاع ژیراسیون حداقل هر نیمرخ است. لقمه‌ها باید در دوسر عضو و حداقل در نقاط $\frac{1}{4}$ طول بین دوسر آن موجود باشند.

کلیه اتصالات (شامل آنهایی که در دو انتهای عضو هستند) باید جوشی یا در آنها از پیچ‌های اصطکاکی استفاده شده باشد.



اعضای فشاری مرکب با لقمه

فصل چهارم - اعضای فشاری

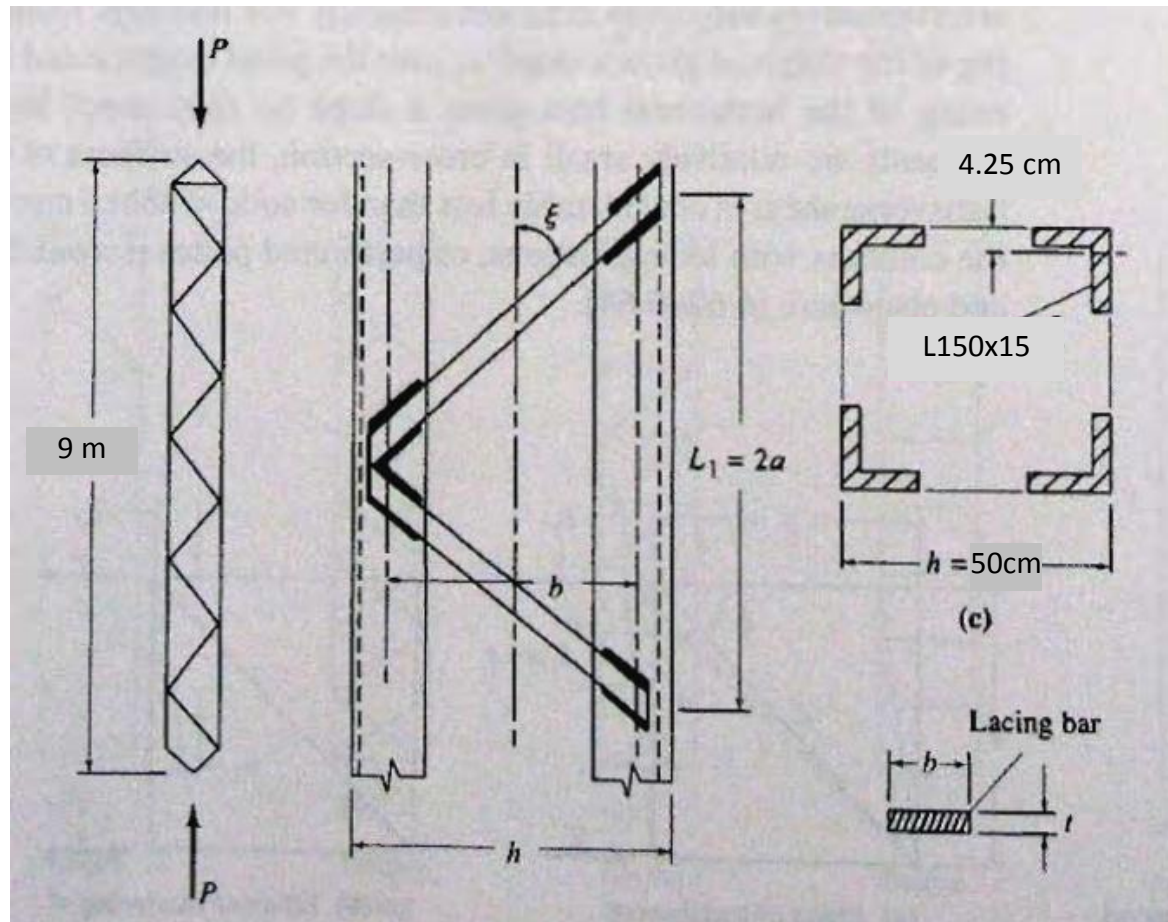
طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال: مطلوب است
طراحی ستون از چهار
نبشی برای

$$P_D = 50 \quad P_L = 150$$
$$P_U = 1.25 * 50$$
$$+ 1.5 * 150 = 287.5 \text{ t}$$



فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



$$R=0.42h=21 \text{ cm} \quad \lambda=kL/r=900/21=42.8 \quad F_{cr}=2.19 \text{ t/cm}^2 \quad A=287.5/.9/2.19=146$$

$$\text{Use L150x15} \quad A=4*43=172 \text{ cm}^2$$

$$A_1=43 \text{ cm}^2$$

$$r_x=r_y=4.57 \text{ cm} \quad e=4.25 \text{ cm} \quad I_x=I_y=898 \text{ cm}^4$$

$$I=4*(898+ 43*(25-4.25)^2)=77649 \text{ cm}^4 \quad A=4*43=172 \text{ cm}^2 \quad r=21.2 \text{ cm}$$

$$\lambda=kL/r=900/21.2=42.4 \quad F_{cr}=2.19 \text{ t/cm}^2 \quad P=0.9*2.19*172=339 > P_u$$

$$V_u=0.02P=0.02*287.5=5.75 \text{ t}$$

$$f_u=0.5*5.75/\sin 60=3.32 \text{ t} \quad l=(50-2*4.25)/\sin 60=47.9 \text{ cm}$$

$$\text{فرض } f_{cr}=1700 \text{ kg/cm}^2 \quad A_d=3.32/.9/1.7=2.16 \text{ cm}^2$$

$$\text{use L35x4} \quad A=2.67 \text{ cm}^2 \quad r_{\min}=0.68 \text{ cm}$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



$$kl/r = 1 * 47.9 / .68 = 70.4 < 140$$

$$f_{cr} = 1.87 \text{ t/cm}^2$$

$$F = 0.9 * 1.87 * 3.32 * 2.67 = 4.5 > 3.32$$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} * \frac{A}{A_d} * \frac{1}{\cos \theta \sin^2 \theta}} \quad \alpha = 1.39$$

$$\lambda_e = 57$$

$$\lambda_e = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_x^2} \quad \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A}{A_d} \cdot \frac{S^r}{L_1 b^2}} = 20.6$$

$$\lambda_e = 47$$

$$kL/r = 42 > 40 \quad \alpha = (1 + 300/42^2)^{-.5} = 1.08$$

$$\lambda_e = 46$$

$$\lambda = \alpha kL/r = 1.39 * 1 * 900 / 21.2 = 57$$

$$F_{cr} = 2.04 \text{ kg/cm}^2$$

$$F = 0.9 * 2.04 * 172 = 315 > P_u$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



فرض $F_a = 1.8 \text{ t/cm}^2$

$$k_x = 1 \quad k_y = 1.2$$

$$A = 150 / 0.9 / 1.8 = 92 \text{ cm}^2$$

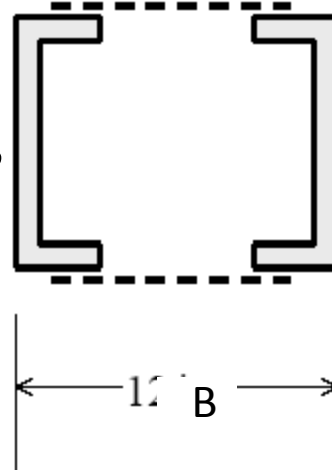
Use 2UPE240 $A = 2 \times 42.3$

$$r_x = 9.22 \text{ cm} \quad \lambda_x = k_x L / r_x$$

$$\lambda_x = 1 * 500 / 9.22 = 54.2$$

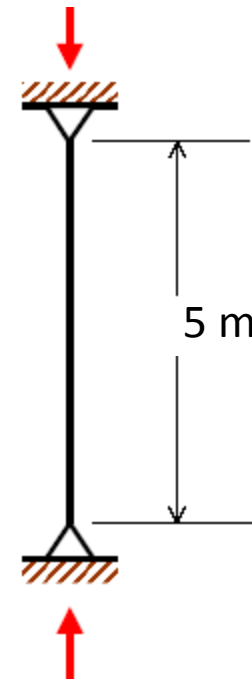
$$F_{cr} = 2.07 \text{ t/cm}^2$$

$$P = 0.9 * 2.07 * 84.6 = 158 > 150$$



$$P_u = 150 \text{ t}$$

مثال:



فصل چهارم - اعضای فشاری

طراحی اعضای فشاری

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



$$b < 20r_1 = 20 * 2.42 = 48.4 \text{ cm} \quad \text{use } b = 30 - 2 * 2.23 = 25.5 \text{ cm}$$

$$I_y = 14292 \text{ cm}^4 \quad r_y = 13 \text{ cm} \quad \lambda_y = k_y L / r_y = 1.2 * 500 / 13 = 46.2$$

$$d = b / 2 = 13 \text{ cm} \quad t = b / 40 = 25.5 / 40 = 0.63 \text{ cm} \quad \text{use } \text{Pl}140 \times 10$$

$$L_1 > 2.5 d = 35 \text{ cm} \quad L_1 / r_1 < 40, .75 L_y / r_y \quad L_1 / r_1 < 40, .75 * 500 / 13 = 29$$

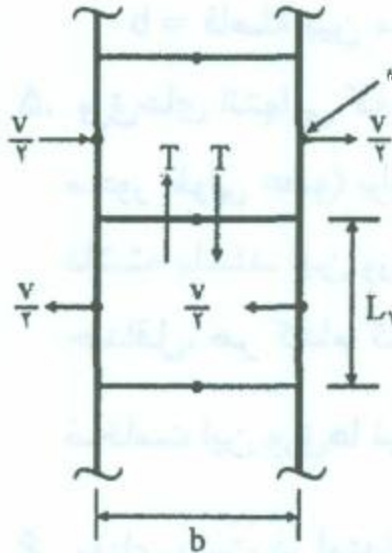
$$L_1 < 29 * 2.42 = 70 \text{ cm} \quad \text{use } L_1 = 50 \text{ cm}$$

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{12 \left(\frac{L}{r}\right)^2} * \left(\frac{A}{A_b} * \frac{ab}{r_b^2} + \frac{a^2}{r_1^2}\right)} \quad \alpha = 1.12 \quad \lambda_e = 1.12 * 46.2 = 51.7$$

$$\lambda_e = (\lambda_y^2 + \lambda_1^2)^{0.5} \quad \lambda_1 = L_1 / r_1 = 50 / 2.42 = 20.7 \quad \lambda_e = (46.2^2 + 20.7^2)^{.5} = 50.6$$

$$kL/r = 46.2 > 40 \quad \alpha = (1 + 300 / 46.2^2)^{.5} = 1.07 \quad \lambda_e = 49.5$$

$$\lambda_y = \alpha k_y L / r_y = 1.12 * 1.2 * 500 / 13 = 51.7 < \lambda_x = 54.2$$



$$V_u = 0.02P = 0.02 * 150 = 3 \text{ t}$$

$$0.5T_u b = 2(0.5V_u * 0.5L_1) \quad T_u = 2.94 \text{ t}$$

$$M = 0.5T_u * 0.5b = 0.375 \text{ t.m}$$

$$f_b = M/s_x = .375 * 100 / 0.9 / (1 * 14^2 / 6) = 1.28 < 2.4 \text{ t/cm}^2$$

use PL140x6

$$f_b = M/s_x = .375 * 100 / 0.9 / (0.6 * 14^2 / 6) = 2.13 < 2.4 \text{ t/cm}^2$$

کمانش ورق ها

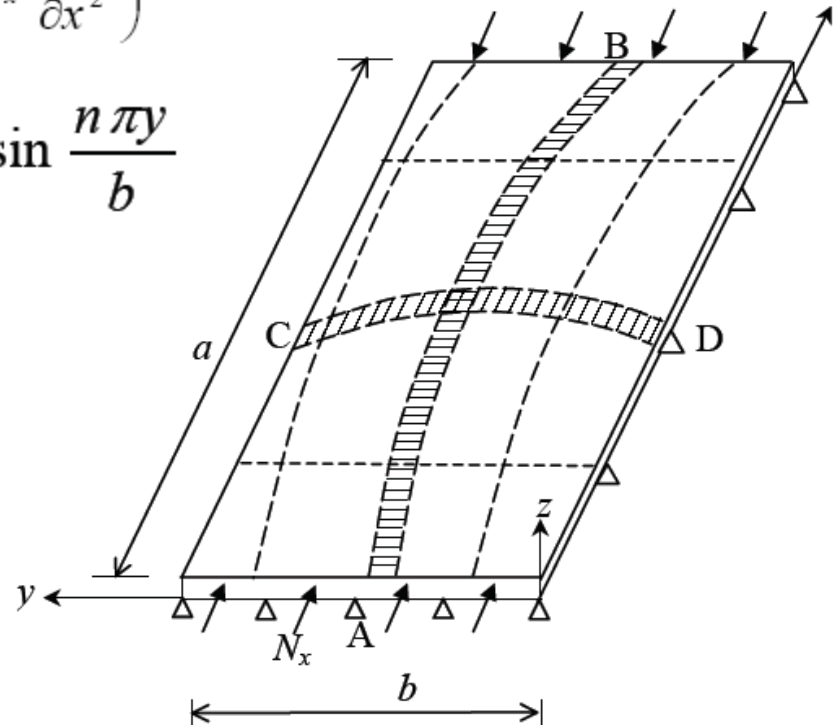
$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{12(1-\nu^2)}{Et^3} \left(-N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$w = \sum_{m=1,2,3,\dots} \sum_{n=1,2,3,\dots} w_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b}$$

$$(N_x)_{cr} = \frac{\pi^2 Et^3}{12(1-\nu^2)b^2} \left(m \frac{b}{a} + \frac{1}{m} \frac{a}{b} \right)^2$$

$$\sigma_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2}$$

$$K = \left(m \frac{b}{a} + \frac{1}{m} \frac{a}{b} \right)^2$$



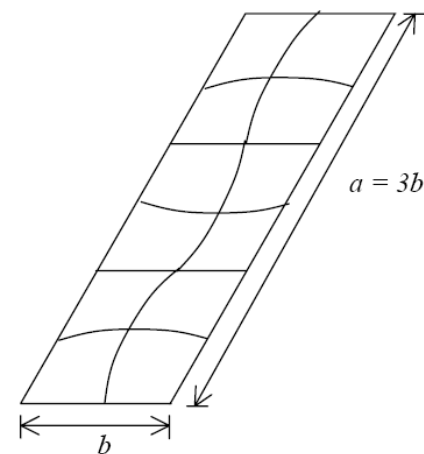
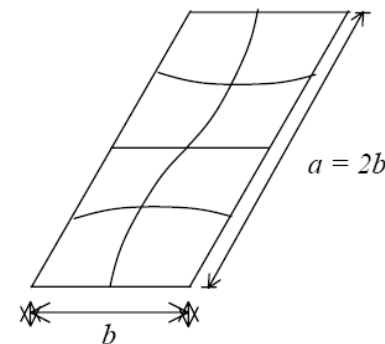
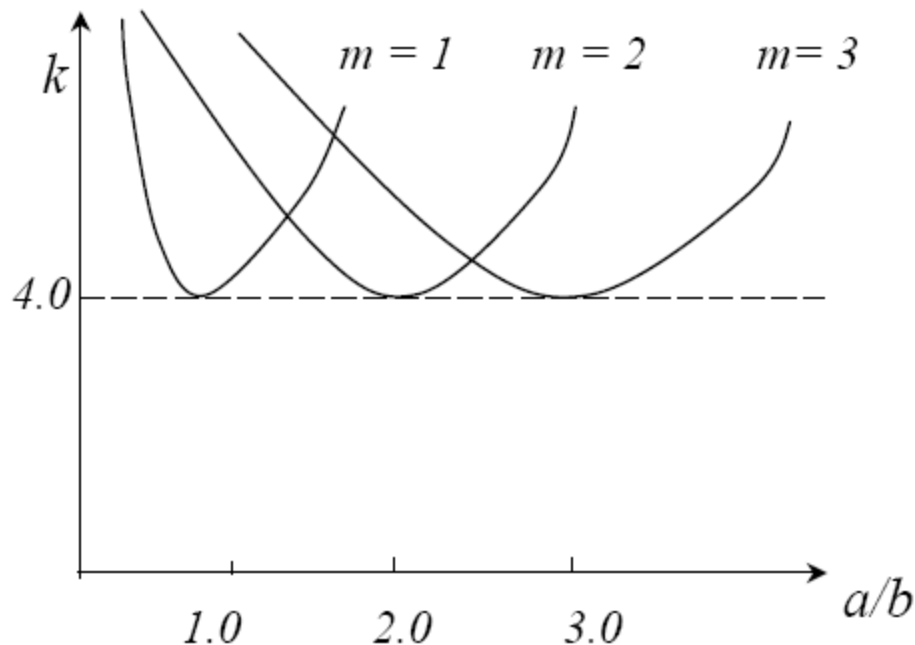
فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



کمانش ورق ها



$$\left(\frac{b_{\text{lim}}}{t} \right) \leq \left(\frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)f_y} \right)^{\frac{1}{2}}$$

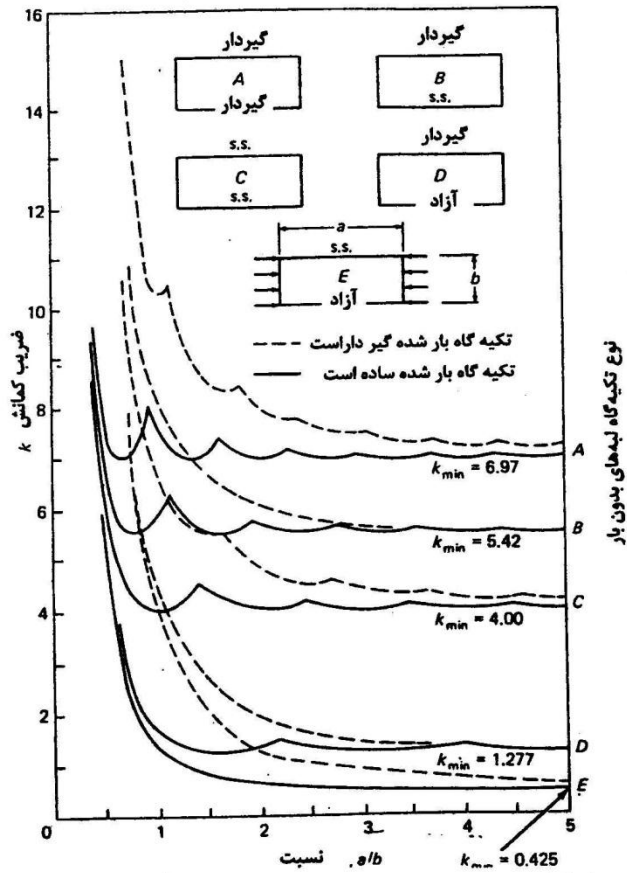
فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

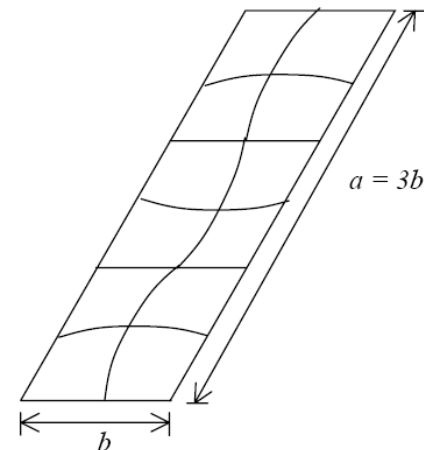
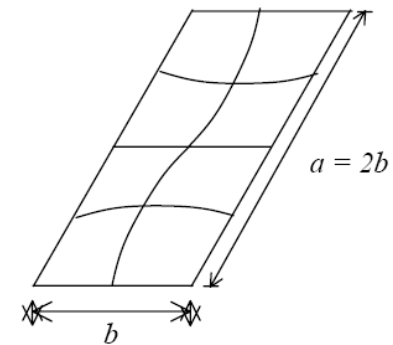
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



شرایط تکیه گاهی



نسبایب کمانش ارتجاعی برای صفحات مستطیلی شکل فشاری.



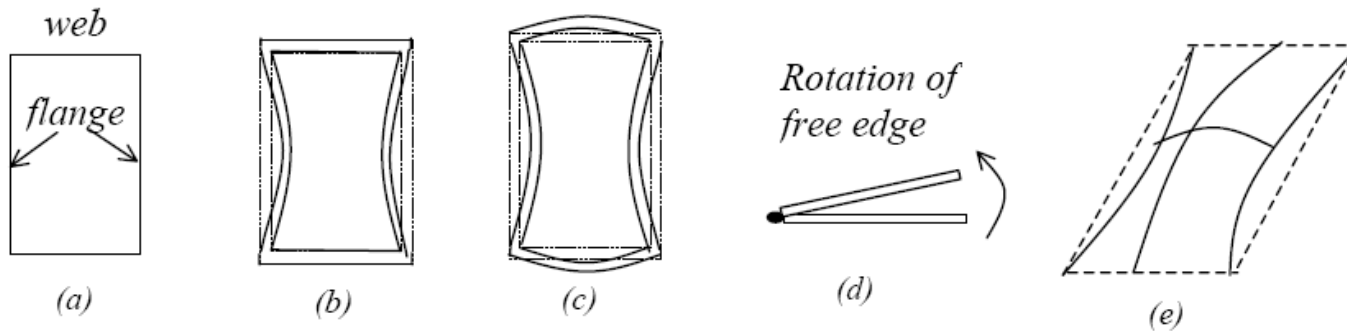
فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



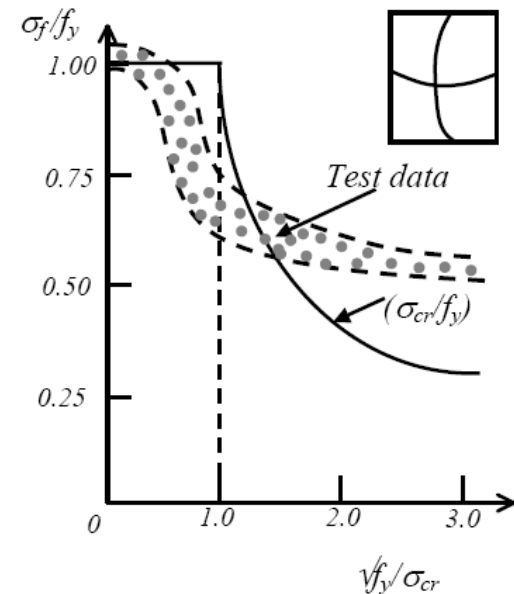
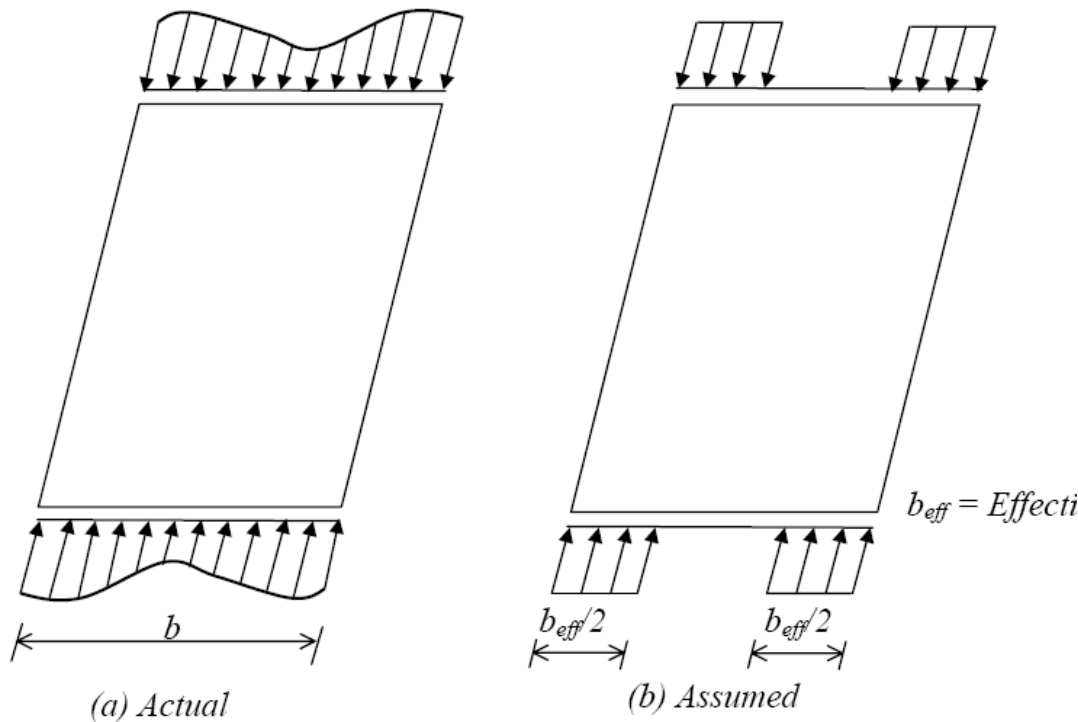
شرایط تکیه گاهی



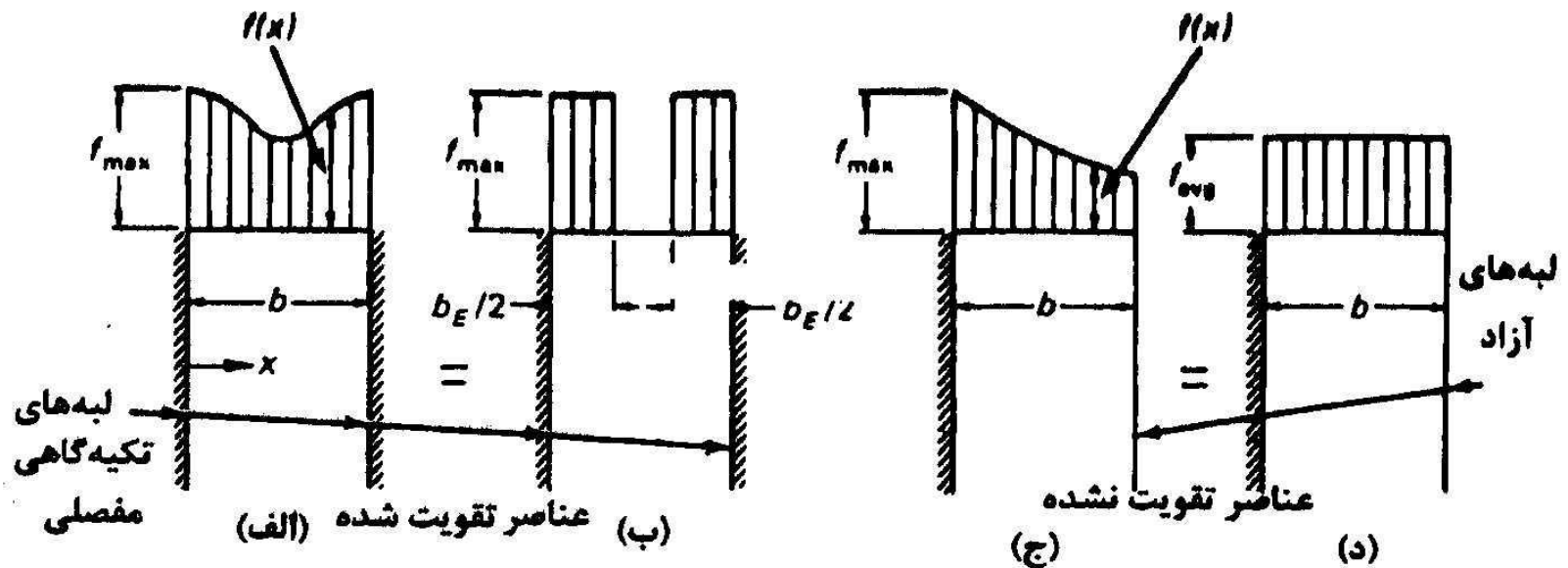
Load Condition	Support Condition	Buckling Coefficient, k
Uniaxial Compressive Stress (σ_x)	Hinged-hinged	4.00
	Fixed-fixed	6.97
	Hinged-free	1.27
	Fixed free	0.43
Shear Stress (τ_{xy})	Hinged-hinged	5.35
	Fixed-fixed	8.99



مقاومت پس کمانشی

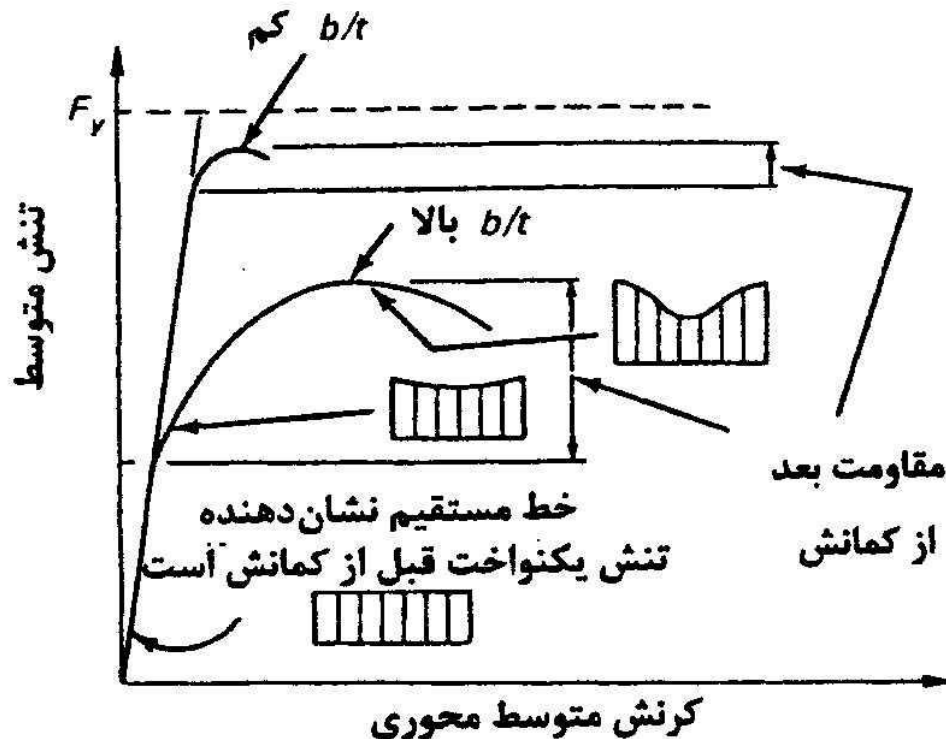


مقاومت پس کمانشی

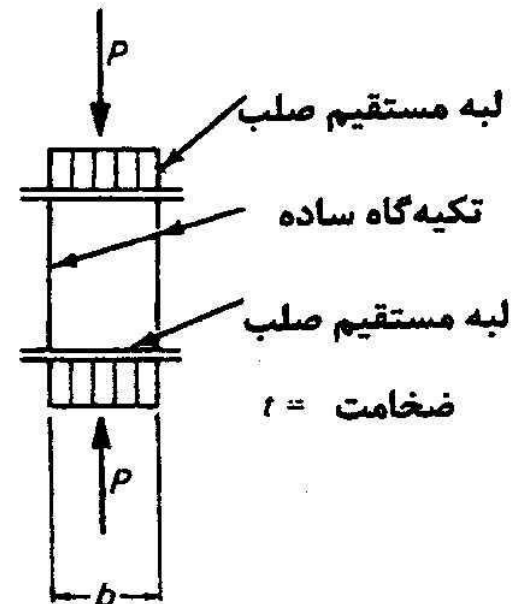


۱. عناصر ورق مانند تحت اثر فشار محوری، وضعیت حقیقی توزیع تنش و شکل معادل توزیع آن.

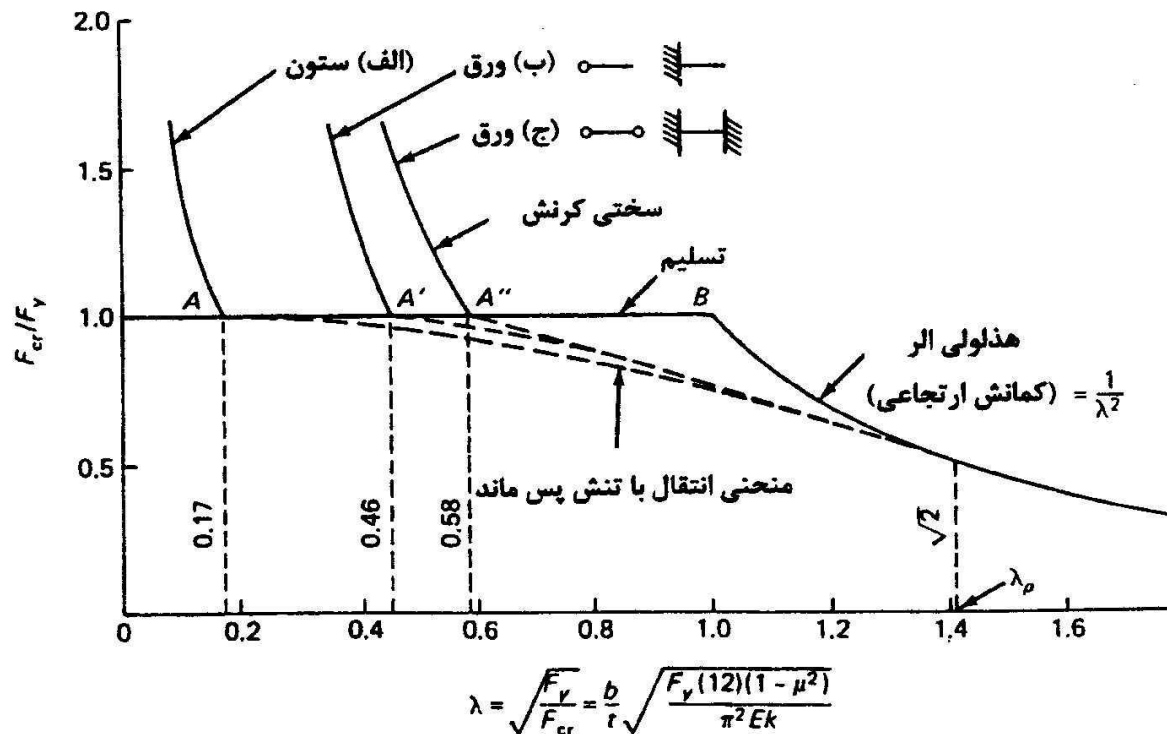
مقاومت پس کمانشی



رفتار ورق تحت اثر فشار روی لبه های آن.



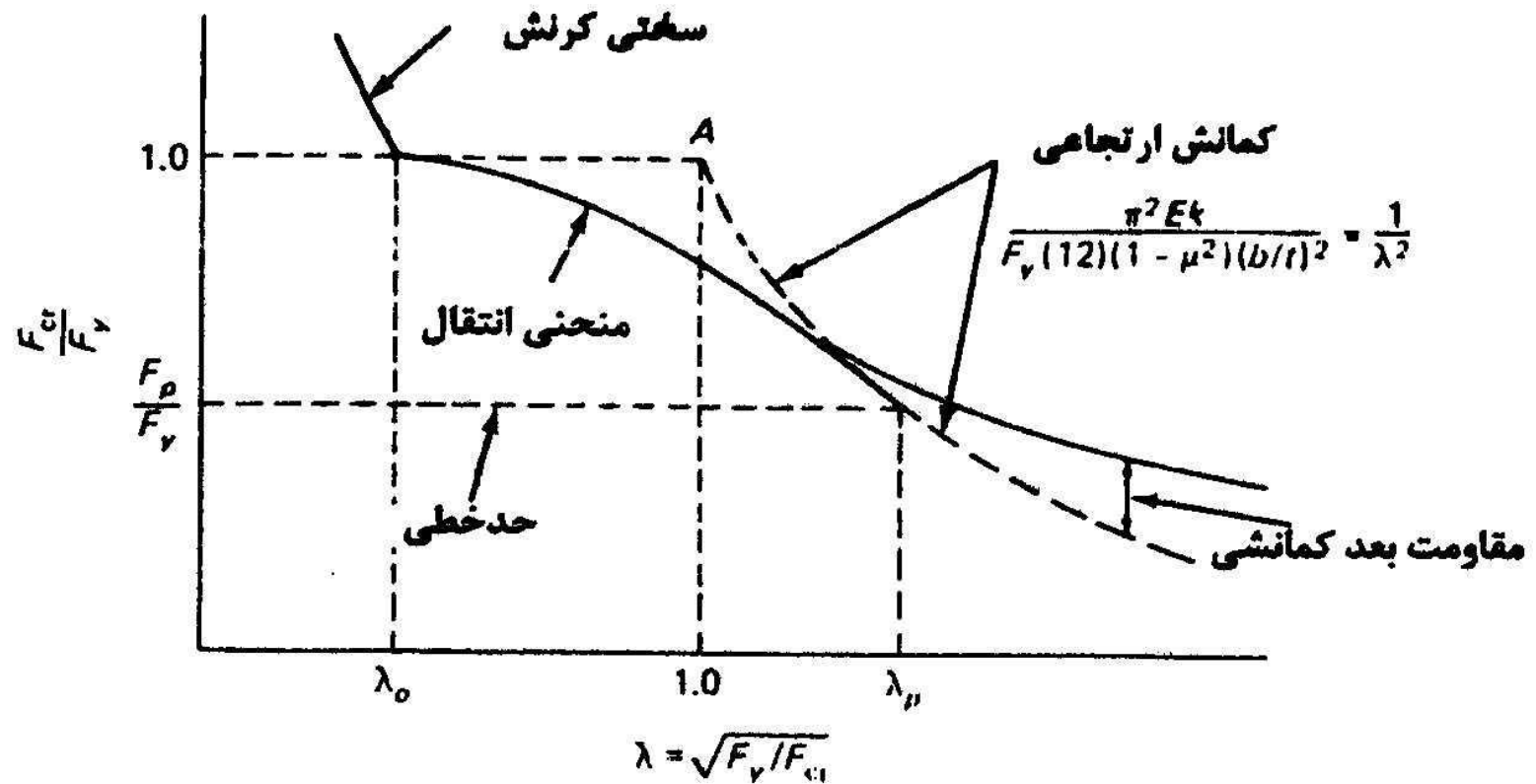
اثر تنش های پس ماند و سخت شدگی مجدد



مقایسه ای از کمانش ورقها و کمانش ستونها.



رفتار واقعی





فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

ضوابط طراحی مقاطع معمولی

ضوابط مربوط به نسبت عرض به ضخامت عناصر ورق مانند قطعات که تحت فشار یکنواخت می باشند.

$$F_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\pi^2\nu)(b/t)^2} \geq F_y$$

$$\frac{b}{t} \leq 136 \cdot \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

اثر تنش های پس ماند

$$\lambda = 0.7$$

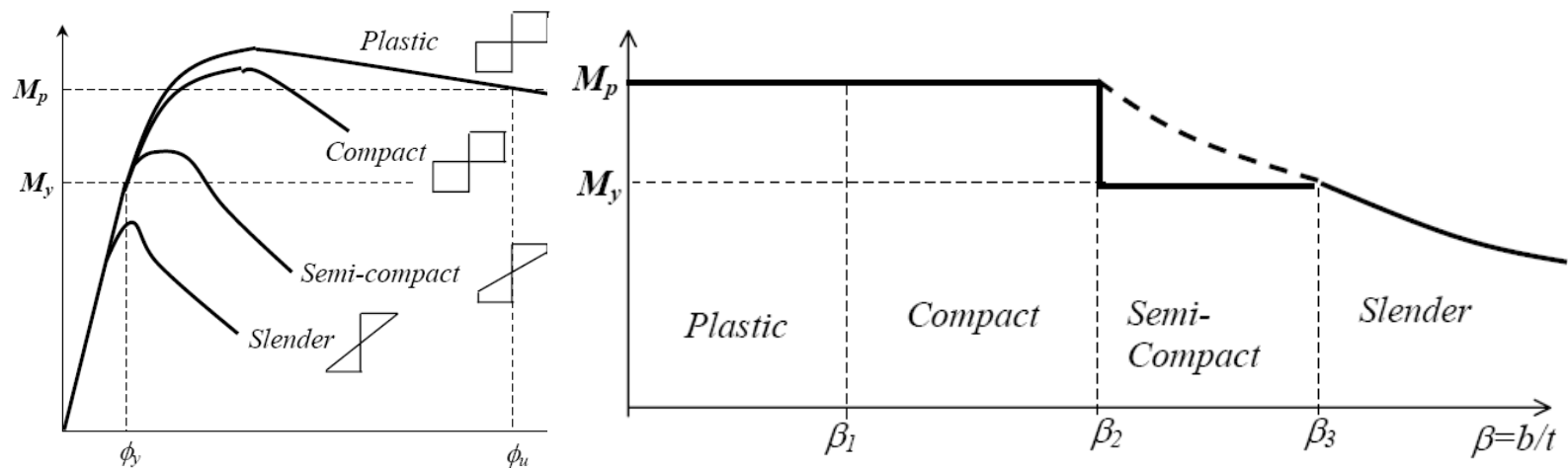
$$\frac{b}{t} \leq 136 \cdot 0.7 \sqrt{\frac{k}{F_y}} = 95 \cdot \sqrt{\frac{k}{F_y}}$$

ضوابط فولادی بند (۸-۶) F_y برحسب kgf/cm^2	معادله (۶-۱۱۶) $\frac{b}{t}$	ضریب کمانشی شکل (۶-۶۱)	عناصر سازه
$\frac{635}{\sqrt{F_y}}$ $795/\sqrt{F_y}$	$62 \cdot \sqrt{F_y}$ $795/\sqrt{F_y}$	۰/۴۲۵ ۰/۷۰*	اعضای تقویت شده (الف) نبشیهای تک (شکل ۶-۱۹) (ب) بال قطعات، نبشیهای متصل به هم (شکل ۶-۲۰)
$1065/\sqrt{F_y}$	$1075/\sqrt{F_y}$	۱/۲۷۷	(ج) ساق نیمرخهای سپری (شکل ۶-۲۱)
$1995/\sqrt{F_y}^{**}$			اعضای تقویت شده (الف) اعضای قوطی شکل با ضخامت یکسان
$2655/\sqrt{F_y}$	$2510/\sqrt{F_y}$	۶/۹۷***	(ب) صفحات یکسره سوراخ دار (شکل ۶-۲۲)
$2120/\sqrt{F_y}$	$2120/\sqrt{F_y}$	۵/۱****	(ج) سایر اعضای تقویت شده (شکل ۶-۲۳)



کمانش موضعی

معیارهای طراحی (انواع مقاطع)





حداکثر لاغری برای سخت شدگی مجدد

TABLE 6.16.2 Width/Thickness Ratio λ_r Limiting Values[†] for Plate Elements to Reach Yield Stress in Axial Compression

Structural elements	AISC-B4 F_y (ksi)					
	36	42	50	60	65	100
Unstiffened:						
(a) Single angles	12.8	11.8	10.8	9.9	9.5	7.7
(b) Flanges	15.9	14.7	13.5	12.3	11.8	9.5
(c) Stems of tees	21.3	19.7	18.1	16.5	15.8	12.8
Stiffened:						
(a) Uniform thickness flanges, as for hollow structural sections	39.7	36.8	33.7	30.8	29.6	23.8
(b) Webs of W sections and other stiffened elements	42.3	39.2	35.9	32.8	31.5	25.4
Unstiffened:						
(a) Single angles	12.6	11.5	10.7	10.0	9.4	7.5
(b) Flanges	15.8	14.4	13.4	12.5	11.8	9.4
(b) Stems of tees	21.1	19.2	17.8	16.7	15.7	12.6
Stiffened:						
(a) Uniform thickness flanges, as for tubular sections	39.5	36.1	33.4	31.3	29.5	23.6
(b) Perforated plates	52.6	48.0	44.5	41.6	39.2	31.4
(c) Others	42.0	38.3	35.5	33.2	31.3	25.1

[†] Values in tables are based on...



حداکثر لاغری برای مقاطع فشرده

TABLE 6.17.1 Width/Thickness Ratio λ_p Limits for Plate Elements to Accommodate Plastic Strain in Axial Compression
 $0.7 > \lambda_c > \lambda_p$

F_y (ksi)	F_y (MPa)	Unstiffened elements AISC-B4.1 (Eq. 6.17.3)	Stiffened elements AISC-B4.2 (Eq. 6.17.6)
36	250	10.8	31.8
42	290	10.0	29.4
45	310	9.7	28.4
50	340	9.2	27.0
55	380	8.8	25.7
60	410	8.4	24.6
65	450	8.0	23.7



• مقررات ملی

۱۰-۱-۲-۶ کمانش موضعی

الف) طبقه بندی مقاطع فولادی

مقاطع فولادی به سه گروه زیر تقسیم می شود:

- مقاطع فشرده

- مقاطع غیرفشرده

- مقاطع با اجزای لاغر

برای اینکه عضوی به عنوان مقطع فشرده به حساب آید، باید بال‌های آن به صورت

سرتاسری به جان (یا جان‌ها) متصل باشد و نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری آن برحسب مورد از مقادیر مربوطه در جدول ۱۰-۱-۲-۱ تجاوز نکند.

نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری مقاطع غیرفشرده نیز نباید از مقادیر مربوطه در جدول ۱۰-۲-۱-۱ تجاوز کند.

اگر نسبت پهنای آزاد به ضخامت در هر یک از اجزای فشاری از مقادیر داده شده برای مقاطع غیرفشرده در جدول ۱۰-۲-۱-۱ تجاوز کند، مقطع به عنوان مقطعی با اجزای لاغر به حساب می آید.

ت) مقاطع با اجزای لاغر فشاری

از به کار بردن مقاطع با اجزای لاغر (طبق تعریف بند ۱۰-۲-۱-۶ الف) در اعضای که تحت اثر تنش‌های فشاری قرار می‌گیرند باید خودداری شود، مگر برای جان تیرورق‌ها که در این صورت مقررات بخش ۱۰-۱-۶ تعیین کننده خواهد بود.

فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

جدول ۱۰-۱-۲-۱ محدودیت نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری

حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت	پهنا به ضخامت	حالت
$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{250}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{b}{t}$	۱. بال‌های تیر نورد شده I و ناودانی در خمش
$\frac{795}{\sqrt{F_y/K_c}}$ یا $\left[\frac{250}{\sqrt{F_y/K_c}}\right]^*$	$\frac{b}{t}$	۲. بال‌های تیرورق I (با اتصال جوشی) در خمش
$\frac{635}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{200}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{b}{t}$	۳. عضو فشاری تک‌نبشی یا جفت‌نبشی با اتصال و لقمه‌هایی بین دو نیمرخ
$\frac{795}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{250}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{b}{t}$	۴. بال‌های برجسته در عضو فشاری جفت‌نبشی در تماس سرتاسری با یکدیگر، تسمه‌ها یا نبشی‌ها که به‌طور برجسته بر تیر یا ستون قرار گیرند، قطعات سخت‌کننده در تیرورق‌ها
$\frac{1065}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{330}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{d}{t}$	۵. تیغه (جان نیمرخ سپری)

* روابط در سیستم SI می‌باشند.

جدول ۱۰-۲-۱-۲ محدودیت نسبت پهنای آزاد به ضخامت در اجزای فشاری (ادامه)

حداکثر نسبت پهنای آزاد به ضخامت	پهنا به ضخامت	حالت
کاربرد ندارد	$\frac{b}{t}$	۶. پهنای آزاد در ورق‌های تقویتی سوراخدار
$\frac{1590}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{500}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{b}{t}$	۷. ورق‌های تقویتی روی بال تیر یا دو خط اتصال در دو لبه موازی، بال‌های مقطع قوسی‌شکل (مربع یا مستطیل) با ضخامت ثابت در فشار خمشی یا فشار
کاربرد ندارد	$\frac{h}{t}$ یا $\frac{b}{t}$	۸. تمام عناصر دیگری که در دو لبه تحت اثر فشار یک‌نواخت نگهداری شده باشند
$\frac{5265}{\sqrt{F_y}}$ یا $\left[\frac{1710}{\sqrt{F_y}}\right]^*$	$\frac{h}{t_w}$	۹. جان قطعات تحت اثر فشار حاصل از خمش
$\frac{6370}{\sqrt{F_b}}$ یا $\left[\frac{2035}{\sqrt{F_b}}\right]^*$	$\frac{h}{t_w}$	۱۰. جان قطعات تحت اثر مشترک فشار حاصل از خمش و فشار محوری

فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال:

طراحی با مقطع قوطی:

الف: مقطع معمولی (غیر فشرده)

$$F_{cr} = 2.1 \text{ t/cm}^2 \quad A = 750 / 0.9 / 2.1 = 397 \text{ cm}^2$$

$$b/t < 2000 / \sqrt{F_y} = 2000 / \sqrt{2400} = 40.8$$

$$b = 40.8t \quad A = 4 * 40.8t^2 = 163.2t^2 = 397 \quad t = 1.6 \text{ cm}$$

$$b = 40.8 * 1.6 = 65 \text{ cm} \quad \text{use Box } 650 \times 16$$

$$A = 405.8 \text{ cm}^2 \quad r = 0.42d = 0.42 * 65 = 27.3 \text{ cm}$$

$$\lambda = 0.8 * 1000 / 27.3 = 29.3 \quad F_{cr} = 2.31 \text{ t/cm}^2$$

$$P = 0.9 * 2.31 * 405.8 = 843 > 750$$

ب: مقطع فشرده

$$b/t < 1590 / \sqrt{F_y} = 1590 / \sqrt{2400} = 32.4$$

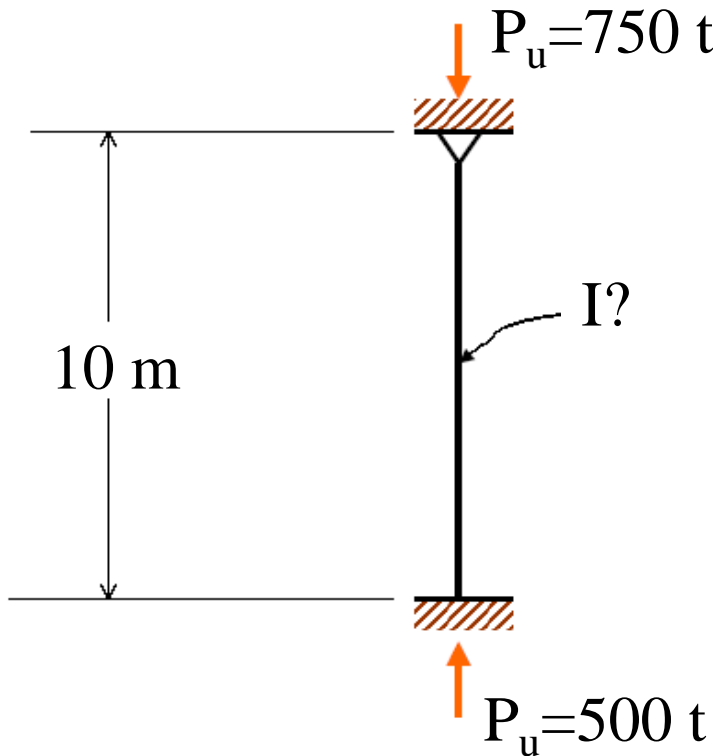
$$b = 32.4t \quad A = 4 * 32.4t^2 = 129.6t^2 = 397 \quad t = 1.8 \text{ cm}$$

$$b = 32.4 * 1.8 = 58 \text{ cm} \quad \text{use Box } 580 \times 18$$

$$A = 404.6 \text{ cm}^2 \quad r = 0.42d = 24.3 \text{ cm}$$

$$\lambda = 0.8 * 1000 / 24.3 = 32.9 \quad F_{cr} = 2.27 \text{ t/cm}^2$$

$$P = 0.9 * 2.27 * 404.6 = 828 > 750$$



فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



طراحی با مقطع بال پهن:

الف : مقطع معمولی (غیر فشرده)

$$F_{cr}=2.1 \text{ t/cm}^2 \quad A=750/0.9/2.1=397 \text{ cm}^2$$
$$h_w/t_w < 2155/\sqrt{F_y}=2155//\sqrt{2400}=44 \quad h_w=44t_w=22t_f$$
$$b_f/2t < 795/\sqrt{F_y}=795//\sqrt{2400}=16.2 \quad b_f=32.4t_f \quad A=2*32.4t_f^2+11t_f^2=75.8t_f^2=397$$
$$t_f=2.4 \quad t_w=1.2 \quad b_f=75 \quad h_w=75 \quad A=2*2.4*75+70.2*1.2=444$$
$$r_x=0.4d=0.4*75=30 \text{ cm} \quad r_y=0.21b=0.21*75=15.75$$
$$\lambda=0.8*1000/15.75=50.8 \quad F_{cr}=2.1 \text{ t/cm}^2$$
$$P=0.9*2.1*444=842 > 750$$

ب : مقطع فشرده

$$h_w/t_w < 1590/\sqrt{F_y}=1590//\sqrt{2400}=32.4 \quad h_w=32.4t_w=16.2t_f$$
$$b_f/2t < 545/\sqrt{F_y}=545//\sqrt{2400}=11.1 \quad b_f=22.2t_f \quad A=2*22.4t_f^2+8.1t_f^2=52.9t_f^2=397$$
$$t_f=3.0 \quad t_w=1.5 \quad b_f=60 \quad h_w=60 \quad A=2*3*60+54.0*1.5=441$$
$$r_x=0.4d=0.4*60=24 \text{ cm} \quad r_y=0.21b=0.21*60=12.6$$
$$\lambda=0.8*1000/12.6=63.5 \quad F_{cr}=1.96 \text{ t/cm}^2$$
$$P=0.9*1.96*441=779 > 750$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

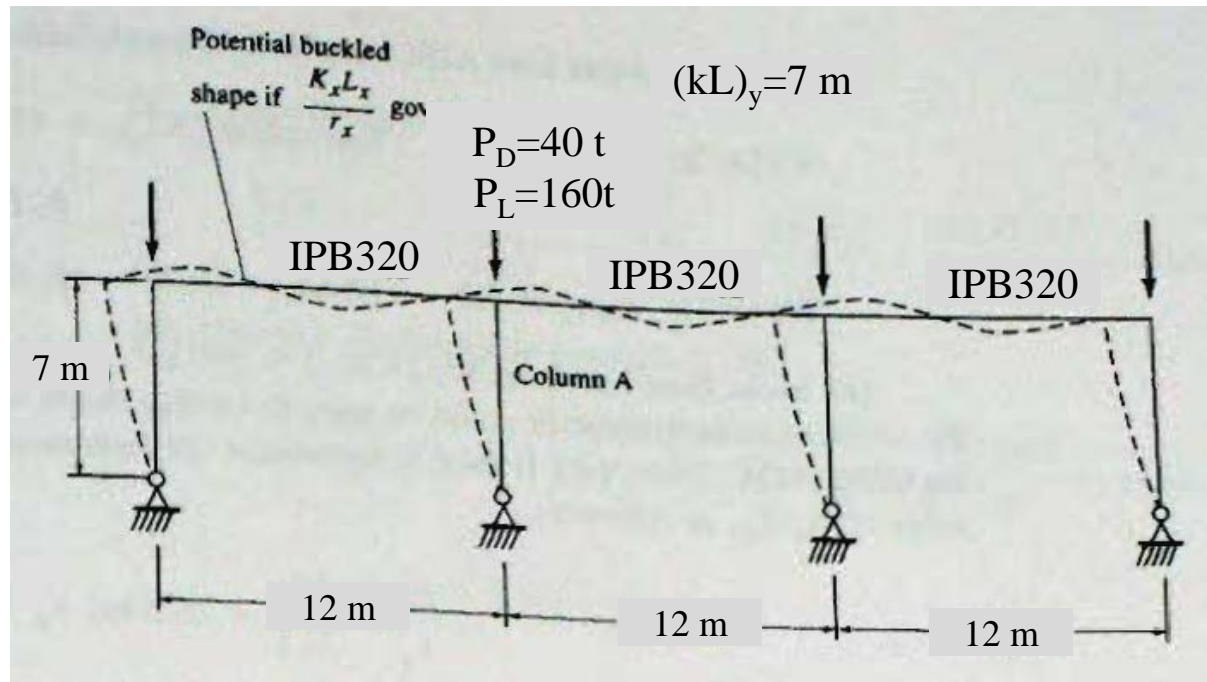
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال:

$$P_U = 1.25 * 40 + 1.5 * 160$$

$$P_U = 290 \text{ t}$$



$$F_{cr} = 1.6 \quad A = 290 / 0.9 / 1.6 = 201 \text{ cm}^2 \quad \text{USE IPB450} \quad A = 218 \text{ cm}^2 \quad I_x = 3551 \text{ cm}^4 \quad r_x = 19.1 \quad r_y = 7.3$$

$$\lambda_y = 700 / 7.3 = 96 \quad F_{cr} = 1.51 \quad P = 0.9 * 1.51 * 218 = 297 > 290$$

$$G_{top} = (3551 / 700) / (2 * 1926 / 1200) = 1.58 \quad G_{bot} = 10 \quad k_x = 2.0 \quad \lambda_x = 2 * 700 / 19.1 = 73.3 < \lambda_y$$

$$b_f / 2t_f = 30 / 2 / 2.6 = 5.8 < 11.1 \quad h_w / t_w = 45 / 1.4 = 32.1 < 32.4$$

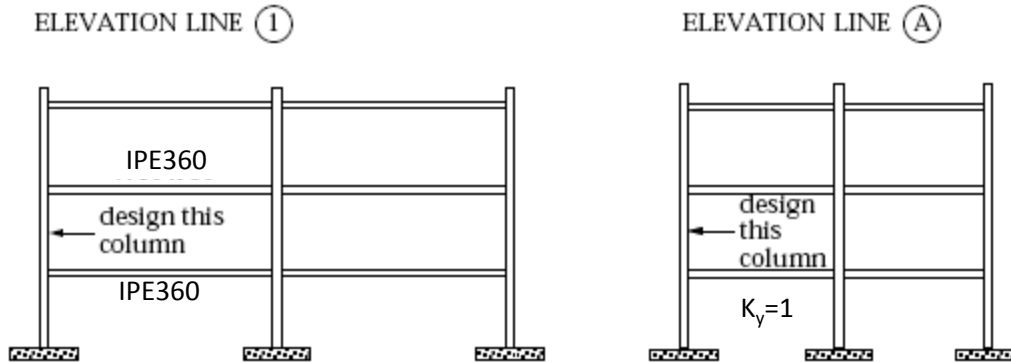
فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش موضعی

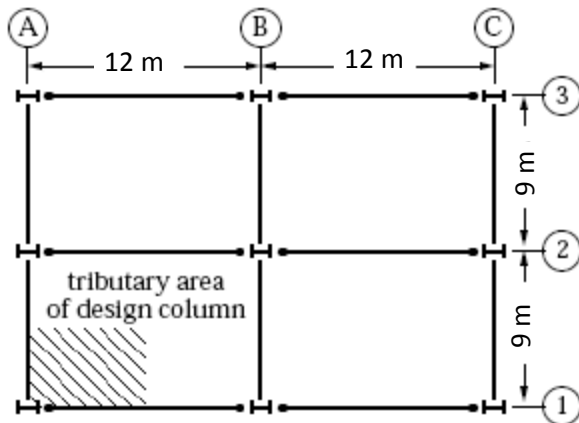
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال:



تعداد طبقات : ۱۰ طبقه
ارتفاع طبقات : ۴ متر
بار مرده : 33 kg/m^2
بار زنده : 27 kg/m^2



Tributary area calculation:

$$P_U = 10 \cdot 6 \cdot 4.5 (1.25 \cdot 330 + 1.5 \cdot 270) / 1000 = 221 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 2 \quad A = 221 / 9 / 2 = 123 \text{ cm}^2$$

$$\text{USE IPB300} \quad A = 149 \quad r_x = 13 \quad r_y = 7.6 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = 1 \cdot 400 / 7.6 = 52.6 \quad F_{cr} = 2.09$$

$$P = 9 \cdot 2.09 \cdot 149 = 280 > 221$$

$$I_{IPB300} = 25170 \quad I_{IPE360} = 16270$$

$$G_{top} = 2 (25170 / 400) / (16270 / 1200) = 9.28 \quad G_{bot} = 1$$

$$K_x = 1.9 \quad \lambda_y = 1.9 \cdot 400 / 13 = 58.5 \quad F_{cr} = 2.02 > 2 \text{ t/cm}^2$$

$$b_f / 2t_f = 30 / 2 / 1.9 = 7.9 < 11.1$$

$$H_w / t_w = 30 / 1.1 = 27.3 < 32.4$$

کمانش پیچشی

دو محور تقارن (کمانش پیچشی):

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} + p^2 \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad p^2 = \frac{\sigma_z I_p - GJ}{EC_w}$$

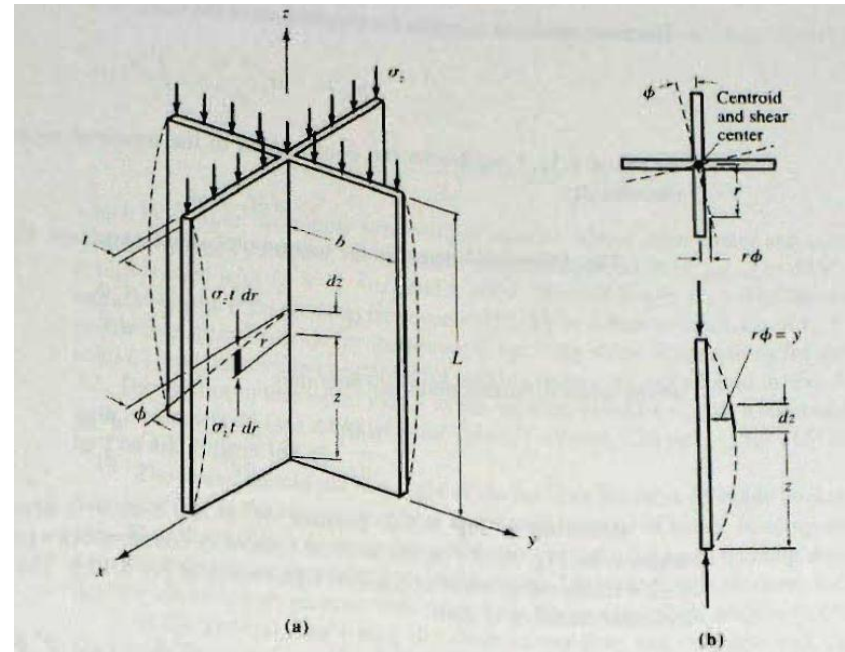
$$\phi = A_1 \sin pz + A_2 \cos pz + A_3 z + A_4$$

$$A_2 = A_3 = A_4 = 0$$

$$\sigma_{z \text{ critical}} = \left[\frac{\pi^2 EC_w}{L^2} + GJ \right] \frac{1}{I_p} = F_{ez}$$

$$\frac{\pi^2}{L^2} = \frac{\sigma_z I_p - GJ}{EC_w}$$

$$\frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r_E}\right)^2} = \frac{\pi^2 EC_w}{I_p L^2} + \frac{GJ}{I_p} \quad r_E = \sqrt{\frac{C_w}{I_p} + 0.04 \frac{JL^2}{I_p}}$$





کمانش پيچشی

یک محور تقارن (کمانش جانبی-پیچشی):

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right)$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y L / r_y)^2} \quad F_{ez} = \left(\frac{\pi^2 E C_w}{(k_z L)^2} + GJ \right) \frac{1}{I_p}$$

$$H = 1 - \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{\bar{r}_0^2} \right) = \frac{I_x + I_y}{I_p} \quad I_p = A \bar{r}_0^2 = I_x + I_y + A(x_0^2 + y_0^2)$$

$$\frac{1}{r_e^2} = \frac{1}{2r_E^2} + \frac{1}{2r_y^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2r_E^2} - \frac{1}{2r_y^2} \right)^2 + \left(\frac{y_0}{r_E r_y r_p} \right)^2}$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

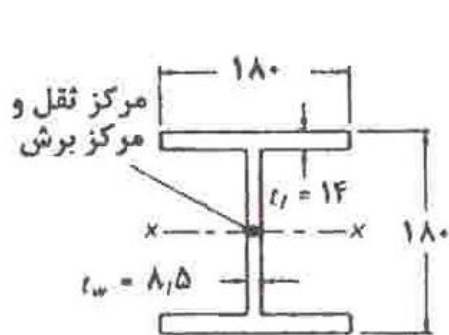
کمانش پیشی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



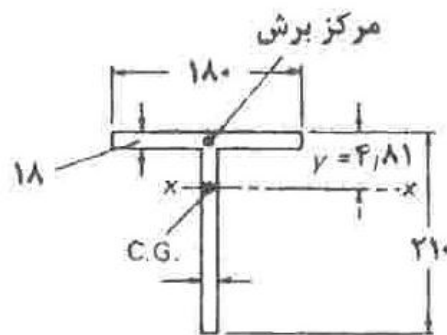
مثال:

در مورد نیمرخهای زیر معلوم کنید تحت چه شرایطی امکان کمانش پیشی و یا کمانش خمشی پیشی زیر اثر بار فشار محوری وجود خواهد داشت. فرض کنید که این قطعات در انتهای خود مفصلی بوده ولی امکان تاییدگی مقطع وجود داشته باشد. می دانیم که یک چنین شرایطی مقاومت در برابر کمانش قطعه را به حداقل می رساند.



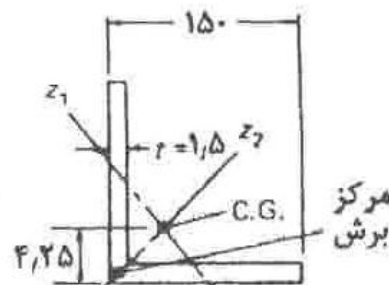
IPB 18
A = 65.3
I_y = 13623
r_y = 4.57

(الف)



A = 51.6
I_y = 19.26
I_x = 876
r_x = 6.11
r_y = 4.11

(ب)



L 150x150
A = 43
I_x = I_y = 898
r_x = r_y = 4.57
r_w = 4.25

(ج)

۳

فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش پیچشی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



الف : IPB180

$$J=(2*14*1.4^3+15.2*0.85^3)/3=36 \text{ cm}^4$$

$$C_w=h^2I_y/4=16.6^2*1363/4=93879 \text{ cm}^6$$

$$I_p=I_x+I_y=3831+1363=5194 \text{ cm}^4$$

$$r_E=\sqrt{(C_w/I_y+0.04JL^2/I_p)}=\sqrt{(93879/5194+0.04*36L^2/5194)}=\sqrt{18.08+0.000277L^2}$$

$$L<100 \text{ cm} \rightarrow r_E<r_y \text{ and } L=0 \rightarrow r_E=0.97 r_y$$

بنابراین فقط در طولهای خیلی کوتاه کمانش پیچشی حاکم خواهد شد.

ب : مقطع سپری

$$J=(18*1.8^3+19.2*1^3)/3=41.39 \text{ cm}^4$$

$$C_w=(18^3*1.8^3+20.1^3*1^3)/36=462 \text{ cm}^6$$

$$I_p=I_x+I_y+Ay_0^2=1926+876+51.6*3/91^2=3591 \text{ cm}^4$$

$$R_y=4.12 \quad y_0=3.91 \quad r_p=\sqrt{I_p/A}=\sqrt{3591/51.6}=8.34 \text{ cm}$$

$$r_E=\sqrt{462/3591+0.04*41.39kL^2/3591}=\sqrt{0.128+0.00056L^2}$$

$$L=400 \text{ cm} \quad r_E=8.59 \text{ cm} \rightarrow r_e=4.0 \text{ cm} \quad \frac{1}{r_e^2} = \frac{1}{2r_E^2} + \frac{1}{2r_y^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2r_E^2} - \frac{1}{2r_y^2}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{r_E r_y r_p}\right)^2}$$

فصل چهارم - اعضای فشاری

کمانش پیچشی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



ج : L150x15

$$J=(2*14.25*1.5^3)/3=32.1 \text{ cm}^4$$

$$C_w=0$$

$$I_p=I_x+I_y+Ay_0^2=2*898+43*4.95^2=3903 \text{ cm}^4$$

$$r_E=\sqrt{(C_w/I_y+0.04JL^2/I_p)}=\sqrt{(0.04*32.1L^2/3905)}=0.018L$$

$$L=150 \text{ cm} \quad r_E=2.72 \text{ cm}$$

$$r_z=5.76$$

$$Y_0=(4.25-0.75) \sqrt{2}=4.95 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{r_e^2} = \frac{1}{2r_E^2} + \frac{1}{2r_y^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2r_E^2} - \frac{1}{2r_y^2}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{r_E r_y r_p}\right)^2}$$

$$r_e=2.76 \text{ cm} < r_{z1}=2.93$$

بنابراین کمانش جانبی - پیچشی حاکم خواهد شد.

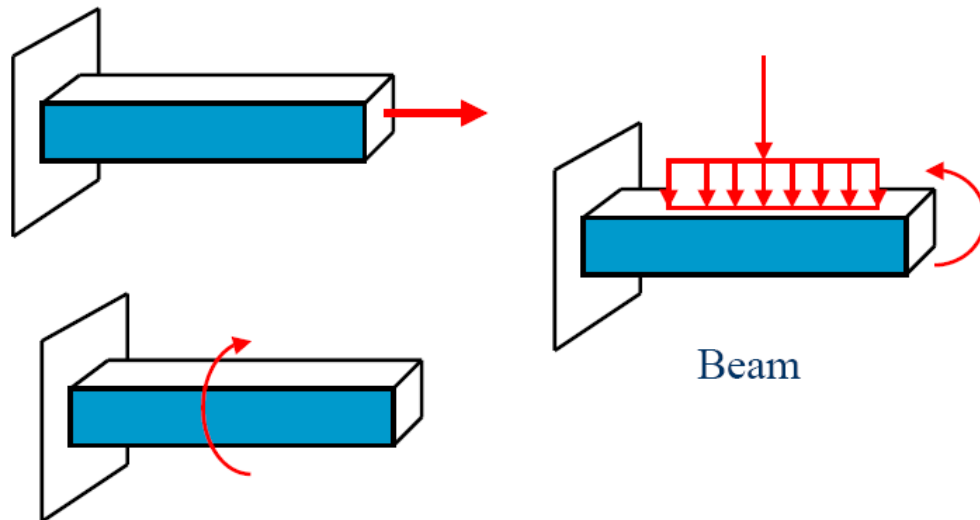
سازه های فولادی ۱



فصل پنجم

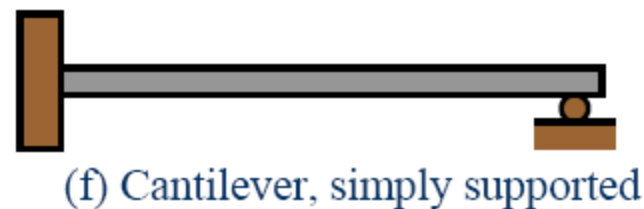
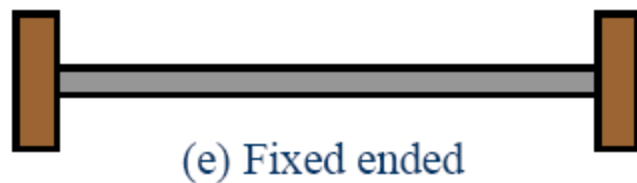
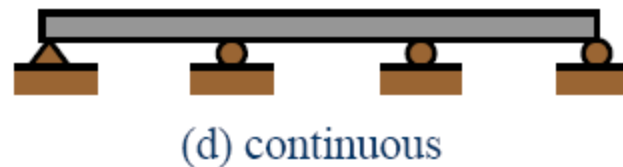
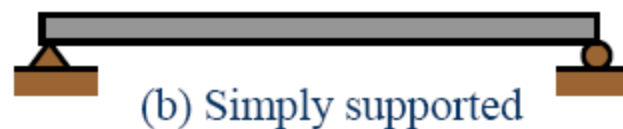
اعضای خمشی

□ اعضای خمشی یا تیرها به اعضای گفته می شود که عمدتاً تحت اثر بارهایی عمود بر محور خود قرار دارند. نیروهای داخلی تیرها عمدتاً لنگر خمشی و نیروی برشی هستند.



انواع تیرها

از نظر تکیه گاه ها





فصل پنجم - اعضای خمشی

مقدمه

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد





• از نظر اندازه و موقعیت

- شاه تیرها یا تیرهای اصلی (Girders) : تیرهایی با ابعاد بزرگتر و فواصل بیشتر که بارهای بزرگتری را تحمل می کنند.
- تیرچه ها یا تیرهای فرعی (Joists) : تیرهایی با ابعاد کوچکتر و فواصل کمتر که بارهای کوچکتری را تحمل می کنند.
- لایه ها (Purlins) : تیرهای فرعی بین خرپاها یا قاب ها در سقف های شیب دار ساختمان های صنعتی .
- سرطاق ها (Lintels) : تیرهای بالای درها و پنجره ها که وزن دیوار بالای آن ها را تحمل می کنند.
- تیر های بادگیر (Wall Posts and Girts) : تیرهای قائم یا افقی در دیوارهای انتهایی ساختمان های صنعتی برای تحمل فشار باد.



■ مقاطع مناسب برای تیرها

- مناسب ترین مقطع برای تیرها مقاطع I شکل معمولی (IPE , INP) و بال پهن (IPB) هستند.
- از ناودانی (UNP , UPE) گاهی اوقات به عنوان تیرهای فرعی و سبک استفاده می شود.
- از مقاطع Z به عنوان لایه در سقف ساختمان های صنعتی استفاده می شود.
- از تیرچه های خرپایی به عنوان تیرهای فرعی در سقف های ساختمان ها استفاده می شود.



• تیرهای مهار شده و مهار نشده:

• **تیرهای مهار شده** : در این تیرها بال فشاری دارای تکیه گاه جانبی کامل و کافی بوده و امکان کمانش جانبی بال فشاری تا رسیدن تیر به مقاومت کامل خود وجود ندارد.

• **تیرهای مهار نشده** : در این تیرها بال فشاری دارای تکیه گاه جانبی کامل و کافی نبوده و امکان کمانش جانبی بال فشاری قبل از رسیدن تیر به مقاومت کامل خود وجود دارد.

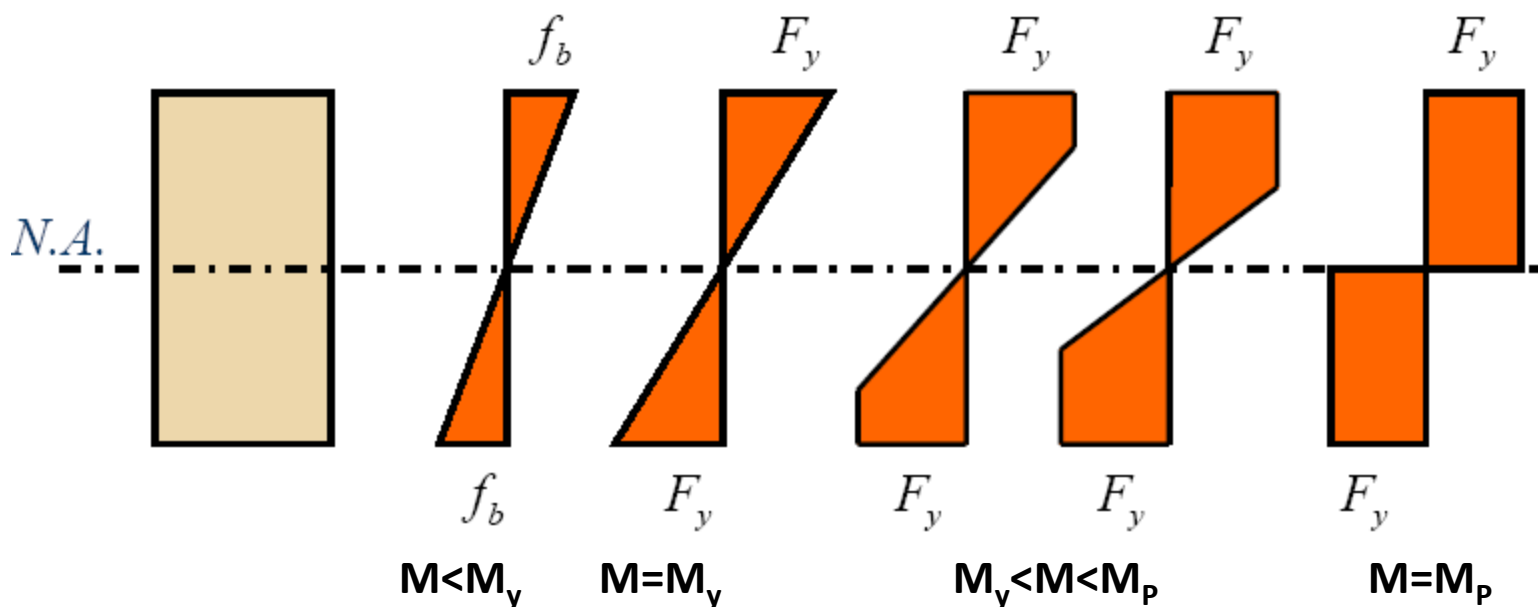


• رفتار خمشی تیرهای مهار شده:

$$f_b = \frac{Mc}{I}$$

تنش های خمشی مقطع تا رسیدن مقطع به لنگر جاری شدن

توزیع تنش خمشی در مقطع:



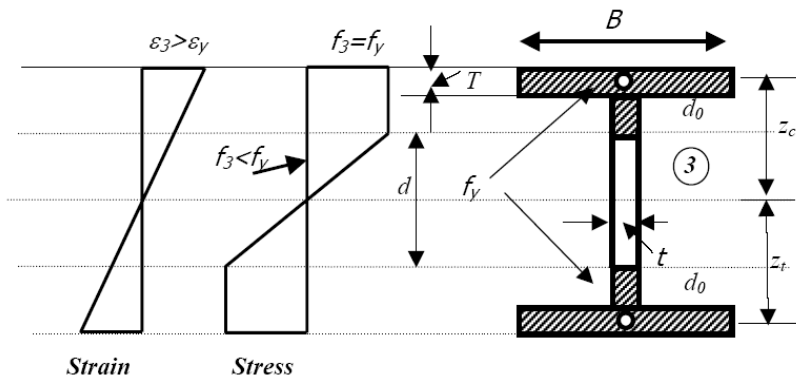
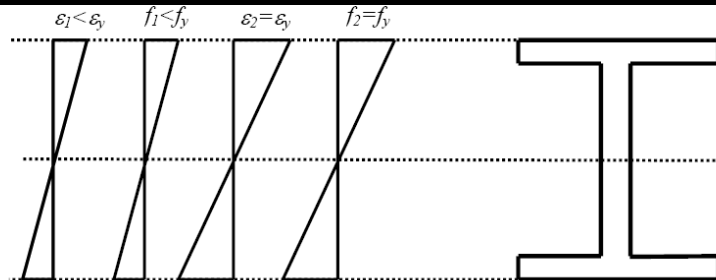
فصل پنجم - اعضای خمشی

رفتار خمشی تیرهای مهار شده

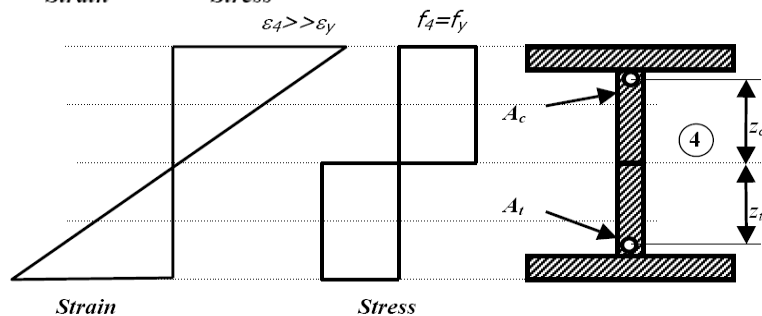
سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



خمش الاستیک



خمش غیر الاستیک



خمش پلاستیک



• ضریب شکل مقاطع خمشی

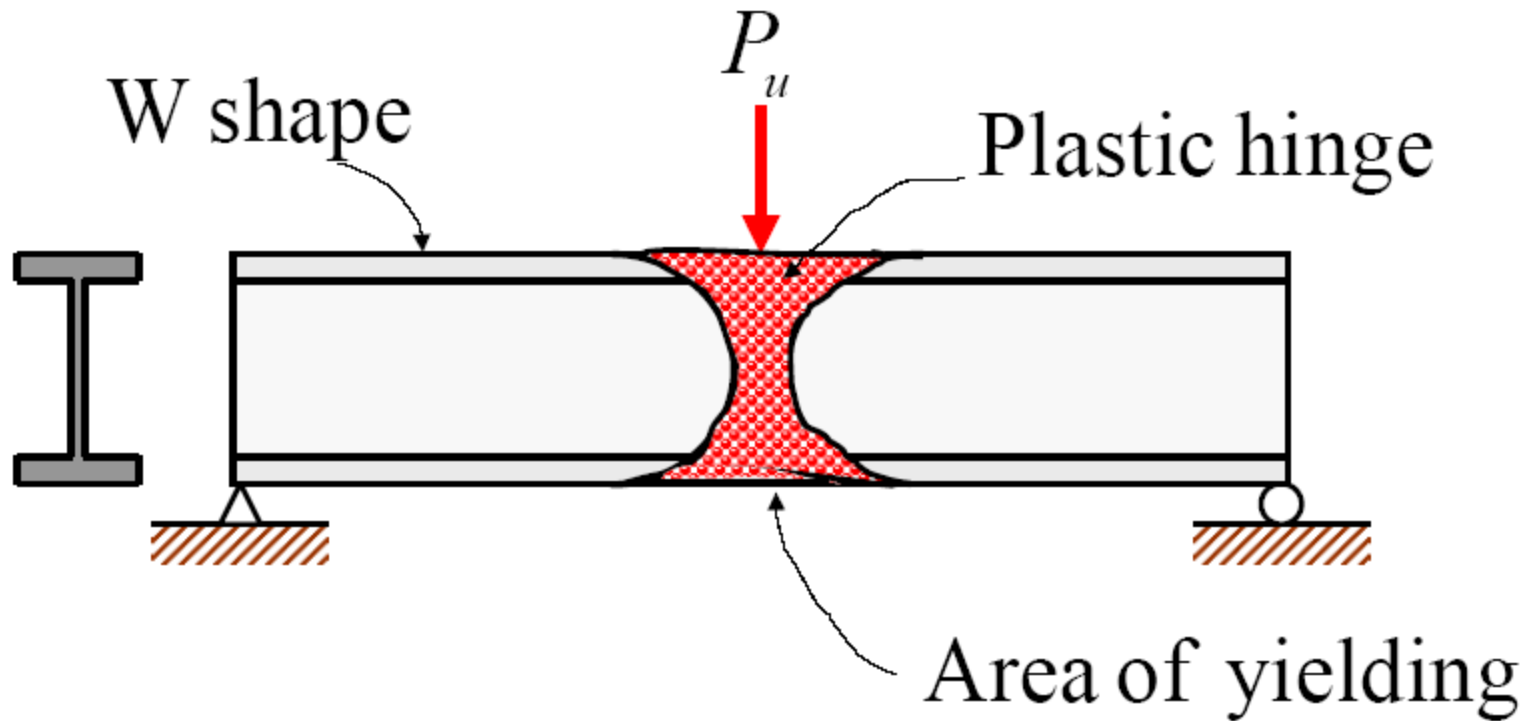
■ Shape Factor

– Definition

“The shape factor of a member cross section can be defined as the ratio of the plastic moment M_p to yield moment M_y ”.

- The shape factor equals 1.50 for rectangular cross sections and varies from about 1.10 to 1.20 for standard rolled-beam sections

• مفصل پلاستیک





تنش های الاستیک مقطع:

$$F_y = \frac{M_y c}{I} = \frac{M_y}{I/c} = \frac{M_y}{S}$$

$$M_y = F_y S$$

$$S = \frac{I}{c}$$

I = moment of inertia

c = distance from N.A. to outer fiber of cross section

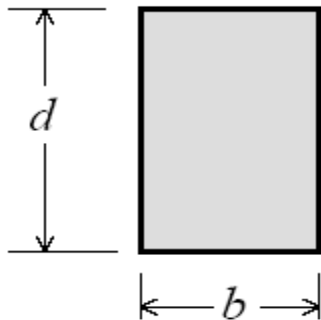
اساس مقطع الاستیک

ممان اینرسی مقطع

فاصله تار خنثی تا دورترین تار مقطع

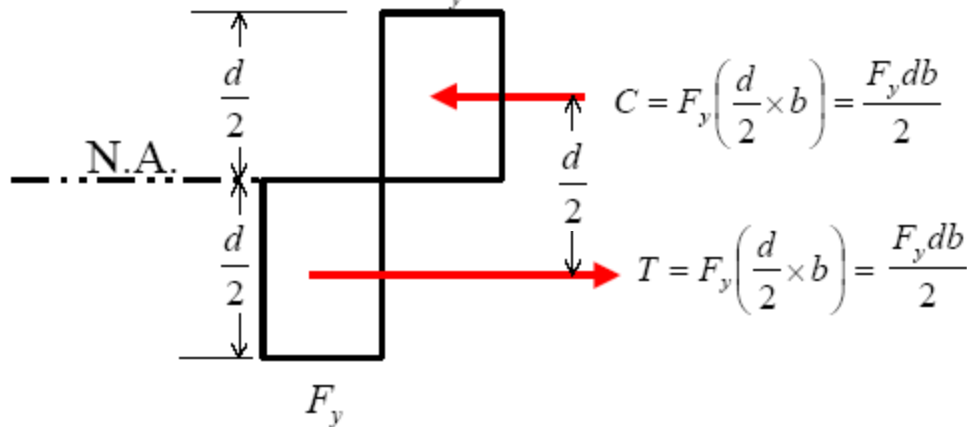
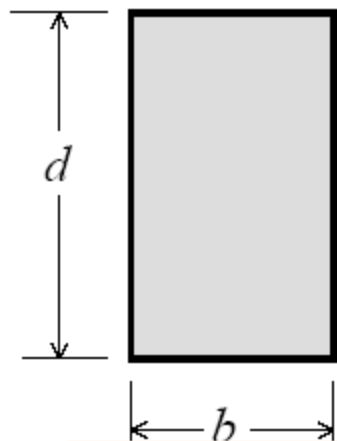


مقطع مستطیل:



$$I = \frac{bd^3}{12}, \quad c = \frac{d}{2} \Rightarrow S = \frac{I}{c} = \frac{bd^3 / 12}{d/2} = \frac{bd^2}{6}$$

$$\therefore M_y = F_y S = \frac{F_y bd^2}{6}$$



$$M_p = \text{Force} \times \text{lever arm} = T \frac{d}{2} = C \frac{d}{2} = \left(\frac{F_y db}{2} \right) \times \frac{d}{2} = F_y \frac{bd^2}{4}$$



ضریب شکل مقطع مستطیل

$$M_p = F_y Z = F_y \left(\frac{bd^2}{4} \right)$$

$$Z = \frac{bd^2}{4}$$

$$\frac{M_p}{M_y} = \frac{F_y Z}{F_y S} = \frac{Z}{S}$$

$$\text{ضریب شکل} = \frac{Z}{S} = \frac{\frac{bd^2}{4}}{\frac{bd^2}{6}} = 1.5$$

■ Shape Factor

The shape factor Z can be computed from the following expressions:

$$\text{Shape Factor} = \frac{M_p}{M_y} \quad (3)$$

Or from

$$\text{Shape Factor} = \frac{Z}{S} \quad (4)$$



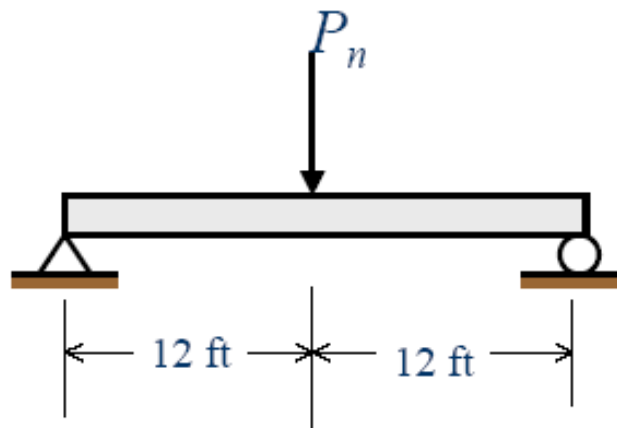
مثال ۱ :

■ Example 1

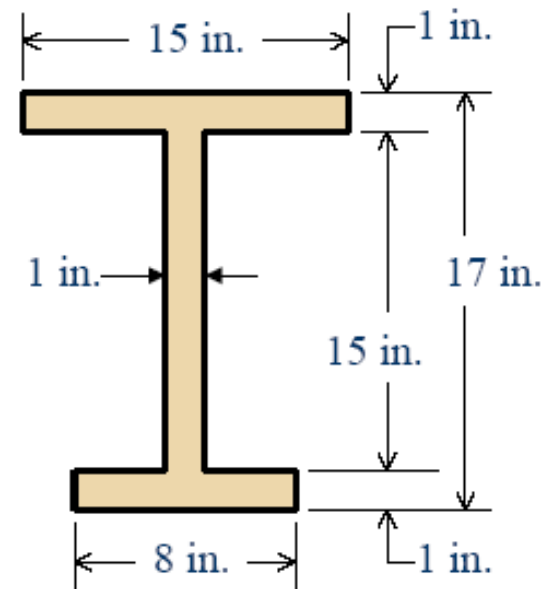
Determine the yield moment M_y , the plastic or nominal moment M_p (M_n), and the plastic modulus Z for the simply supported beam having the cross section shown in Fig. 4b. Also calculate the shape factor and nominal load P_n acting transversely through the midspan of the beam. Assume that $F_y = 50$ ksi.

■ Example 1 (cont'd)

Figure 4



(a)

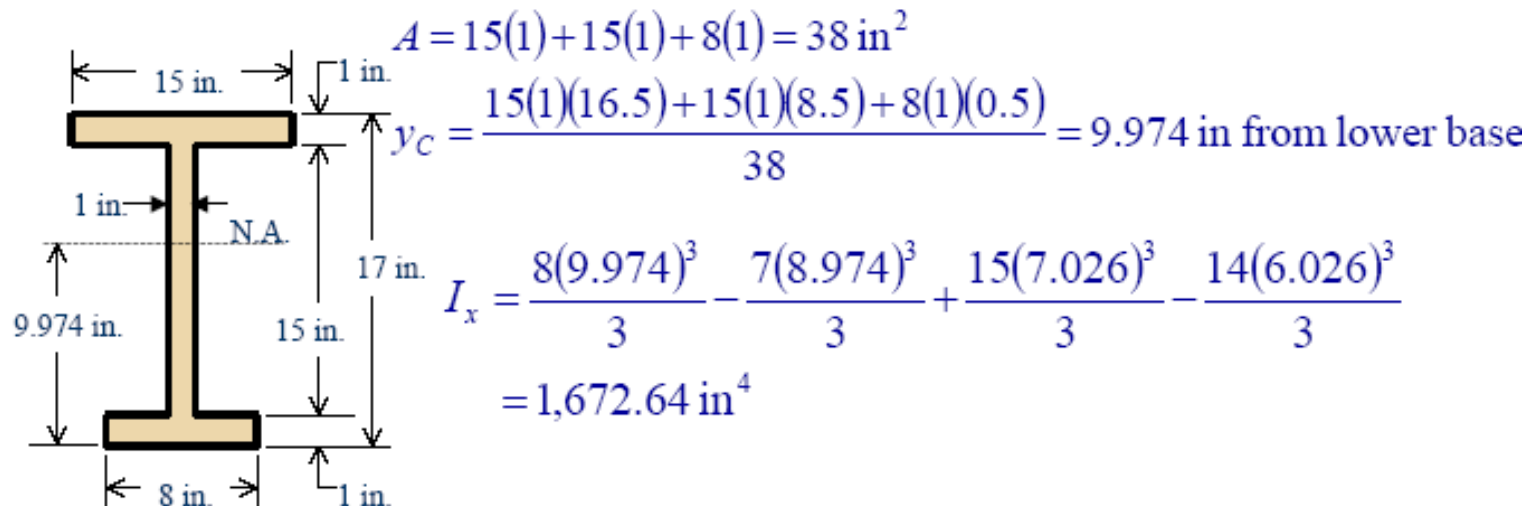


(b)



■ Example 1 (cont'd)

Elastic Calculations:

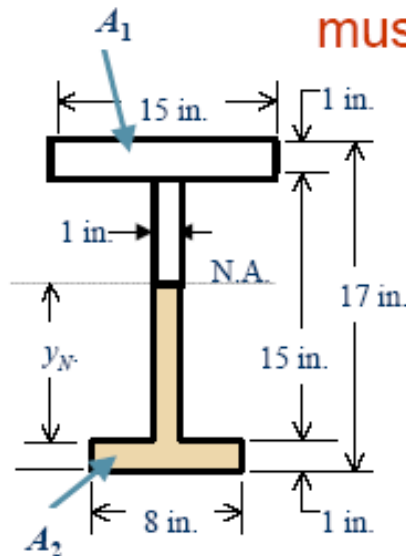


$$S = \frac{I}{c} = \frac{1,672.64}{9.974} = 167.7 \text{ in}^3 \quad M_y = F_Y S = \frac{50(167.7)}{12} = 698.75 \text{ ft - kip}$$

■ Example 1 (cont'd)

Plastic Calculations:

- The areas above and below the neutral axis must be equal for plastic analysis



$$A_1 = A_2$$

$$15(1) + (15 - y_N)(1) = 8(1) + y_N(1)$$

$$15 + 15 - y_N = 8 + y_N$$

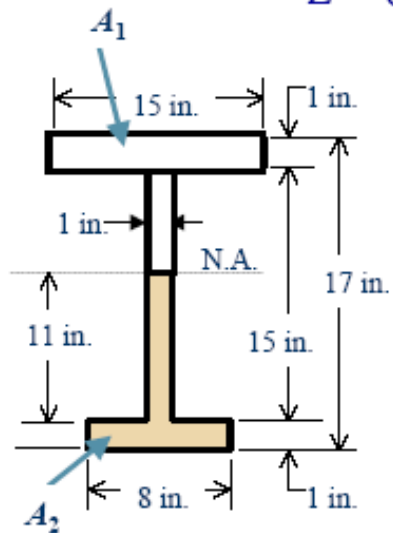
$$2y_N = 15 + 15 - 8 = 22$$

$$y_N = 11 \text{ in}$$

■ Example 1 (cont'd)

Plastic Calculations (cont'd):

$$Z = 8(1)(11.5) + 11(1)(5.5) + 15(1)(4.5) + 4(1)(2) = 228 \text{ in}^3$$



$$M_p = M_n = F_y Z = \frac{50(228)}{12} = 950 \text{ ft - kip}$$

$$\text{Shape Factor} = \frac{M_n}{M_y} = \frac{950}{698.75} = 1.36$$

Note, the shape factor can also be calculated from

$$\text{Shape Factor} = \frac{Z}{S} = \frac{228}{167.7} = 1.36$$



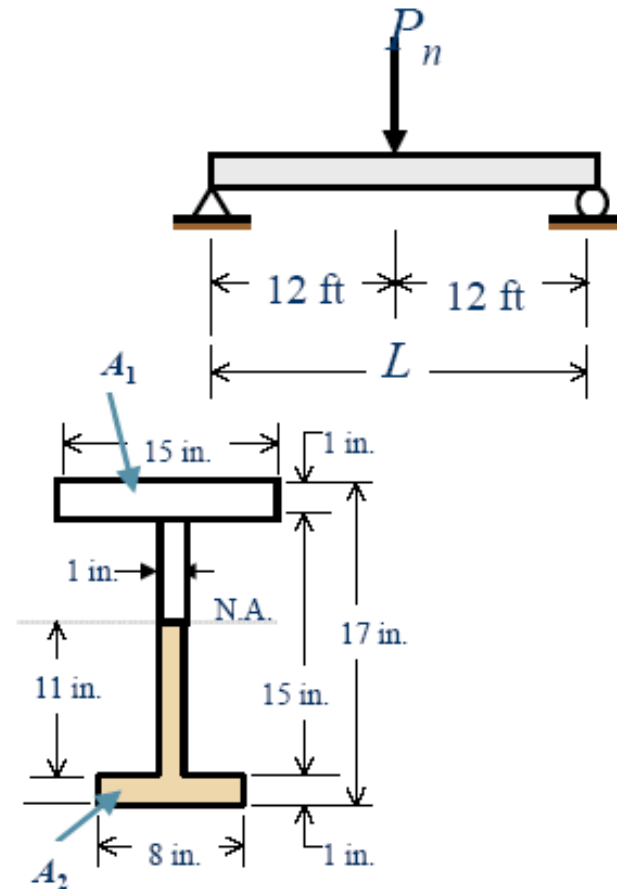
■ Example 1 (cont'd)

$$M_P = M_{L/2} = \frac{P_n L}{4}$$

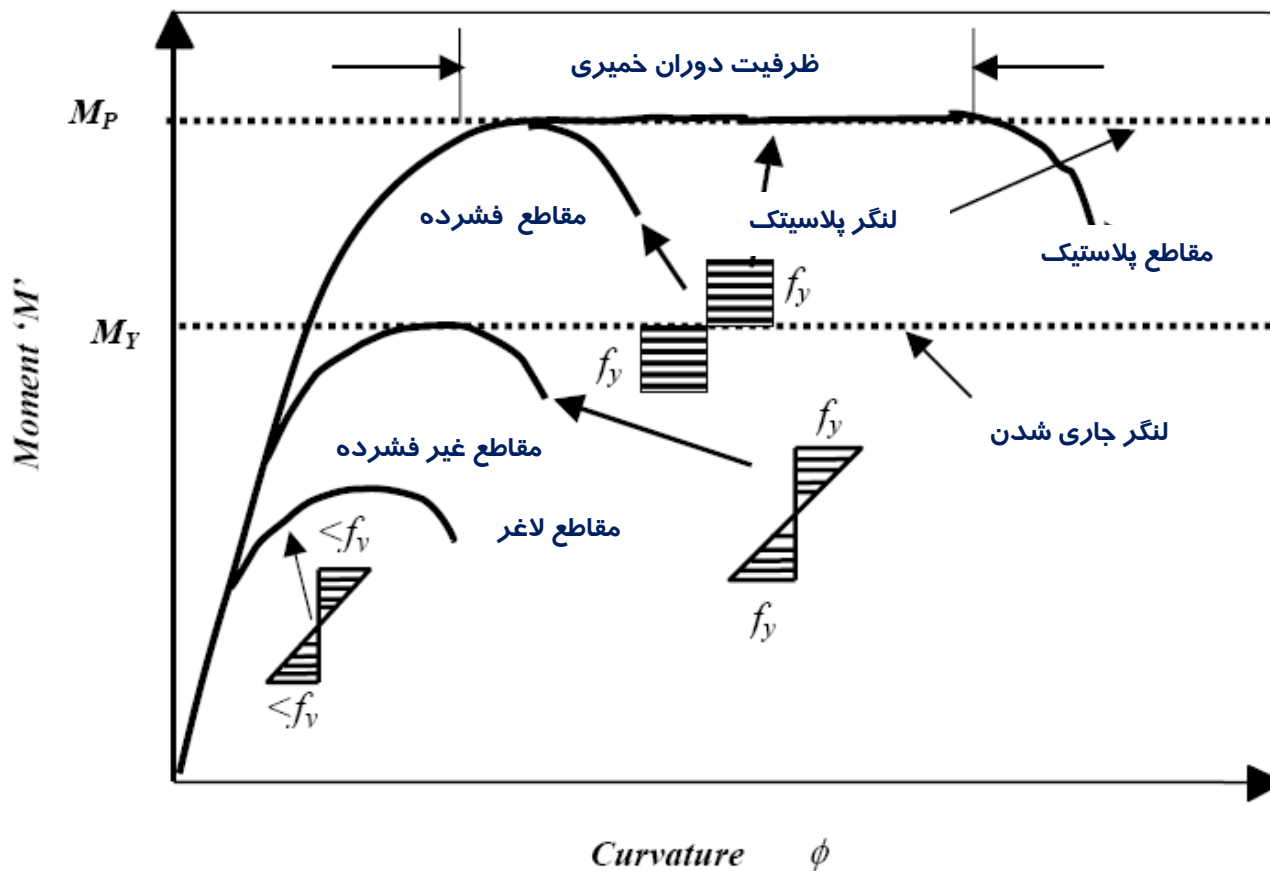
$$950 = \frac{P_n (24)}{4}$$

Therefore,

$$P_n = \frac{4(950)}{24} = \underline{\underline{158.3 \text{ kips}}}$$



کمانش موضعی و انواع مقاطع فولادی :




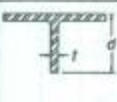


فصل پنجم - اعضای خمشی





کمانش موضعی

جدول ۱۰-۲-۱ محدودیت نسبت پهنا به ضخامت در اجزای فشاری

جدول ۱۰-۲-۱ محدودیت نسبت پهنا به ضخامت در اجزای فشاری (ادامه)

مثال	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		نسبت پهنا به ضخامت	شرح اجزا	λ
	مقاطع غیرفشرده λ _r	مقاطع فشرده λ _p			
	$0.745 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	کاربرد ندارد	$\frac{b}{t}$	بال‌های تک نبشی، بال‌های جفت نبشی با فاصله و قلمه‌های بین آنها و سایر اجزا با یک لبه مستکی تحت اثر فشار یکنواخت	۵
	$0.711 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.54 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	بال‌های تک نبشی تحت اثر خمش	۶
	$0.774 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.738 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	بال‌های مسپری تحت اثر خمش	۷
	$0.745 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	کاربرد ندارد	$\frac{d}{t}$	جسمان مسپرخ مسپری تحت اثر فشار یکنواخت	۸

اجزا با یک لبه مستکی

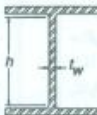
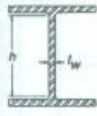

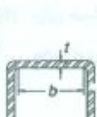

مثال	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		نسبت پهنا به ضخامت	شرح اجزا	λ
	مقاطع غیرفشرده λ _r	مقاطع فشرده λ _p			
	$0.776 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.738 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	بال‌های تیر نورد شده و ناودانی تحت اثر خمش	۱
	$0.776 \sqrt{k_c \frac{E}{F_y} (a) [b]}$	$0.738 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$\frac{b}{t}$	بال‌های تیرهای ساخته شده از ورق با مقطع I تحت اثر خمش با یک یا دو محور تقارن	۲
	$0.756 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	کاربرد ندارد	$\frac{b}{t}$	بال‌های تیر نورد شده، بال‌های ناودانی، بال‌های برجسته جفت نبشی در تماس سستراسری یا یکدیگر و بال‌های نیمرخ مسپری تحت اثر فشار یکنواخت	۳
	$0.774 \sqrt{k_c \frac{E}{F_y} (a)}$	کاربرد ندارد	$\frac{b}{t}$	بال‌های تیرهای ساخته شده از ورق به شکل L، نیمه-های برجسته متصل به تیروورق‌ها، بال‌های برجسته نبشی‌های متصل به تیروورق تحت اثر فشار یکنواخت	۴

اجزا با یک لبه مستکی



فصل پنجم - اعضای خمشی

کمانش موضعی

جدول ۱۰-۲-۱ محدودیت نسبت پهنا به ضخامت در اجزای فشاری (ادامه)

شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		مثال
		مقاطع فشرده λ_p	مقاطع غیرفشرده λ_r	
۹	$\frac{h}{t_w}$	ندارد	$5/7 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۰	$\frac{h}{t_w}$	ندارد	$1/49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۱	$\frac{h_c}{t_w}$	ندارد	$5/7 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۲	$\frac{b}{t}$	ندارد	$1/40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۳	$\frac{h}{t}$	ندارد	$5/7 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

جدول ۱۰-۲-۱ محدودیت نسبت پهنا به ضخامت در اجزای فشاری (ادامه)

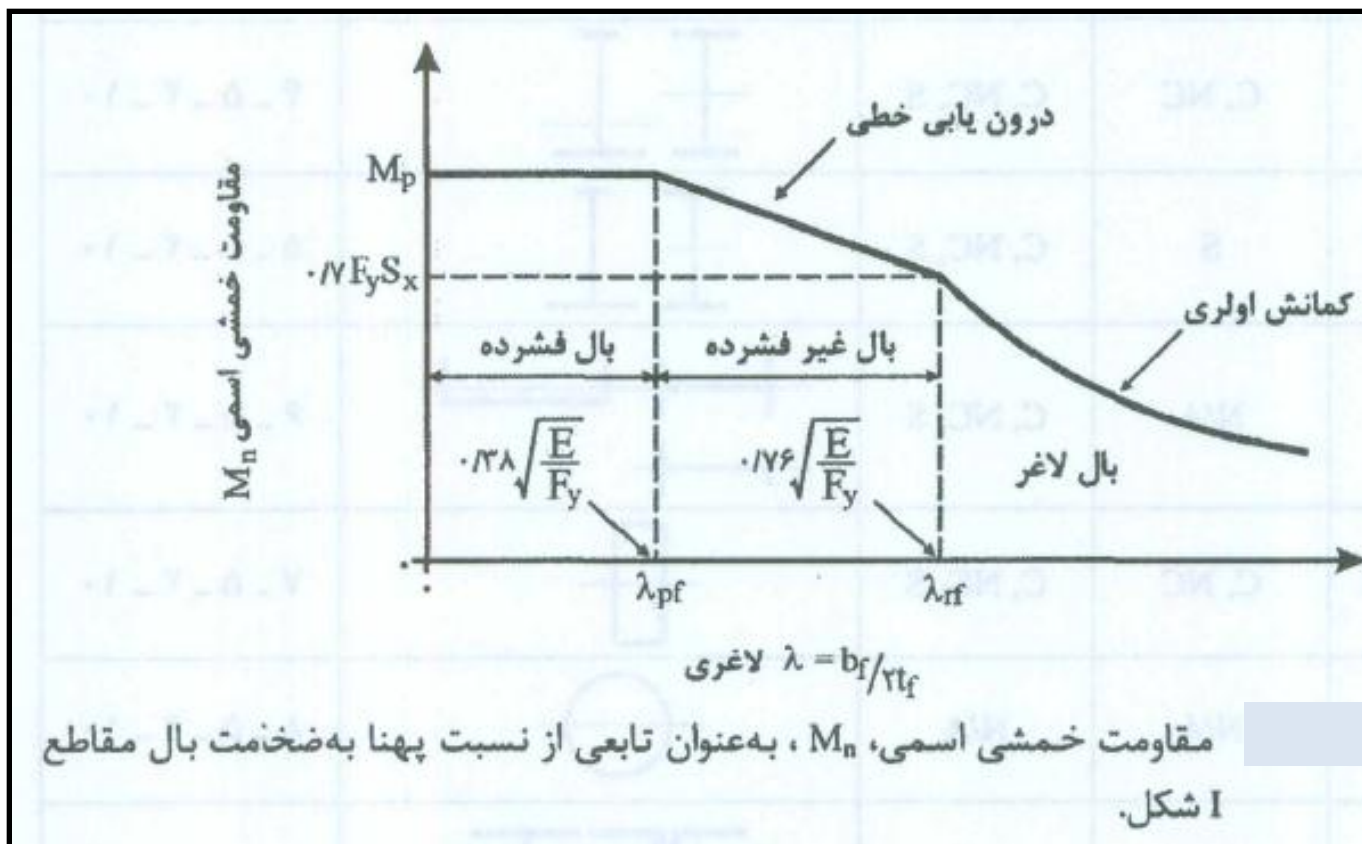
شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		مثال
		مقاطع فشرده λ_p	مقاطع غیرفشرده λ_r	
۱۴	$\frac{b}{t}$	ندارد	$1/49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۵	D/t	ندارد	$0/11 \frac{E}{F_y}$	
		ندارد	$0/31 \frac{E}{F_y}$	

[a] $0/35 \leq k_c = \frac{4}{\frac{h}{t_w}} \leq 0/74$
 [b] برای خمش حول محور ضعیف، خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل با جان لاغر و خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل با جان فشرده و غیرفشرده با $\frac{S_{xl}}{S_{xc}} \geq 0/7$ مقدار F_L برابر است با:
 $F_L = 0/7 F_y$
 برای خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل با جان فشرده و غیرفشرده با $\frac{S_{xl}}{S_{xc}} < 0/7$ مقدار F_L برابر است با:
 $F_L = \frac{S_{xl}}{S_{xc}} F_y \geq 0/5 F_y$
 [c] که در آن:
 S_{xl} = اساس مقطع الاستیک اجزا نسبت به بال کششی
 S_{xc} = اساس مقطع الاستیک اجزا نسبت به بال فشاری
 h_c = دو برابر فاصله تار خنثای الاستیک تا محل اتصال جان به بال فشاری
 h_p = دو برابر فاصله تار خنثای پلاستیک تا محل اتصال جان به بال فشاری



Fy (Kg/cm ²)	بال پروفیل ا		جان پروفیل ا	
	λ_p	λ_r	λ_p	λ_r
	$0.38 \sqrt{\frac{E}{Fy}}$	$0.76 \sqrt{\frac{E}{Fy}}$	$3.76 \sqrt{\frac{E}{Fy}}$	$5.7 \sqrt{\frac{E}{Fy}}$
2400	11.1	22.2	109.9	166.6
3600	9.07	18.1	89.7	136

مقاومت خمشی طرح





مقاومت خمشی طرح

$$M_c = \phi_b M_n > M_u \quad \phi_b = 0.9$$

$$M_n = F_y Z_{x \text{ or } y}$$

مقاطع فشرده

$$M_n = M_r = (F_y - F_r) S_{x \text{ or } y} = 0.7 F_y S_{x \text{ or } y}$$

مقاطع غیر فشرده

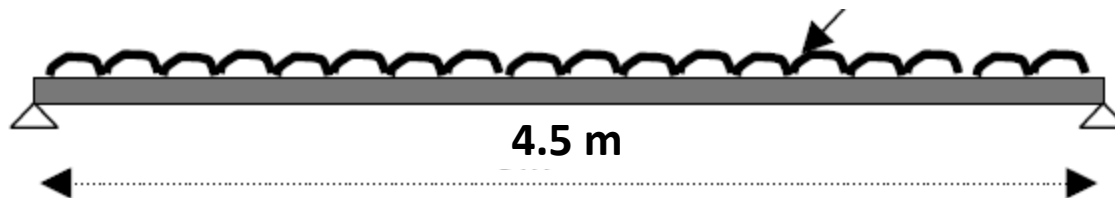
$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \leq M_p$$

مقاطع نیمه فشرده

برای جزئیات بیشتر و حالت های خاص به NIBC10 مراجعه شود

مثال:

$D=1000$ $L=500$ kg/ m



$$q_u = 1.25 \cdot 1 + 1.5 \cdot .5 = 2 \text{ t/m}^2$$

$$M_{u\max} = q_u \cdot L^2 / 8 = 2 \cdot 4.5^2 / 8 = 5.0625 \text{ t.m}$$

$$Z_{\text{لازم}} > M_u / 0.9 F_y = 5.0625 \cdot 100 / 0.9 / 2.4 = 234 \text{ cm}^3$$

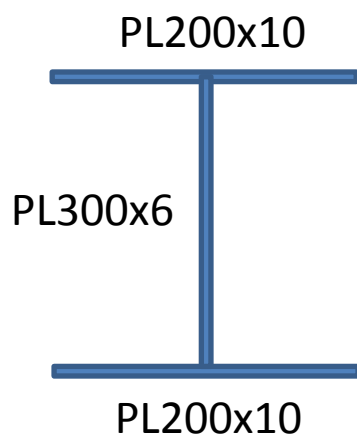
IPB14 $Z=245 \text{ cm}^3$ $w=33.7 \text{ kg/m}$

IPE22 $Z=285 \text{ cm}^3$ $w=26.2 \text{ kg/m}$ use IPE22

$$b_f / 2t_f = 11 / (2 \cdot 0.92) = 5.98 < 11$$

$$d / t_w = 22 / 0.59 = 37.3 < 110$$

مثال - مقاومت خمشی مقطع نشان داده شده را محاسبه کنید.



$$F_y = 3600 \text{ kg/cm}^2$$

$$h/t_w = 30/0.6 = 50 \quad K_c = 4/\sqrt{h/t_w} = 4/\sqrt{50} = 0.57 \quad F_L = 0.7F_y = 2520$$

$$\lambda_p = 9 < b_f/2t_f = 20/2 = 10 < \lambda_r = 0.76\sqrt{K_c E} / F_L = 16.3$$

$$h/t_w = 30/0.6 = 50 < 89.7$$

$$Z = 2(20 \cdot 1 \cdot 15.5 + 15 \cdot 0.6 \cdot 7.5) = 775 \text{ cm}^3$$

$$S_x = 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 15.5^2 / 16 + 0.6 \cdot 30^3 / 12 / 16 = 685 \text{ cm}^3$$

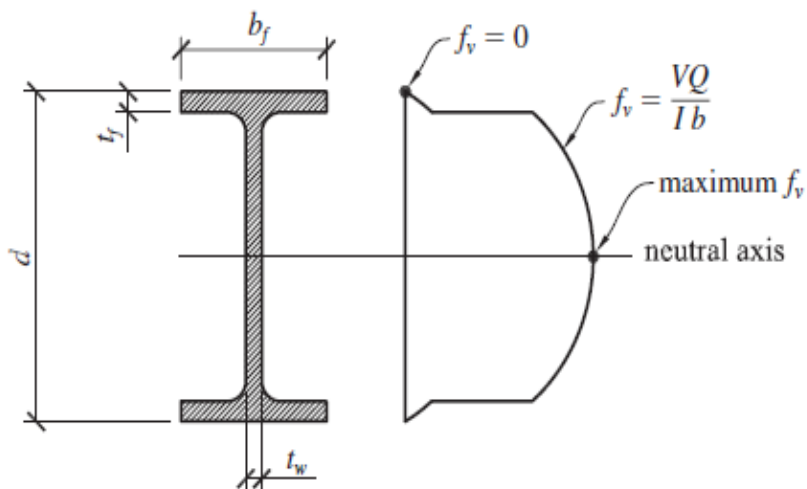
$$M_p = F_y Z = 3.6 \cdot 775 / 100 = 27.9 \text{ tm}$$

$$M_r = 0.7 S_x F_y = 0.7 \cdot 685 \cdot 3.6 / 100 = 17.26 \text{ tm}$$

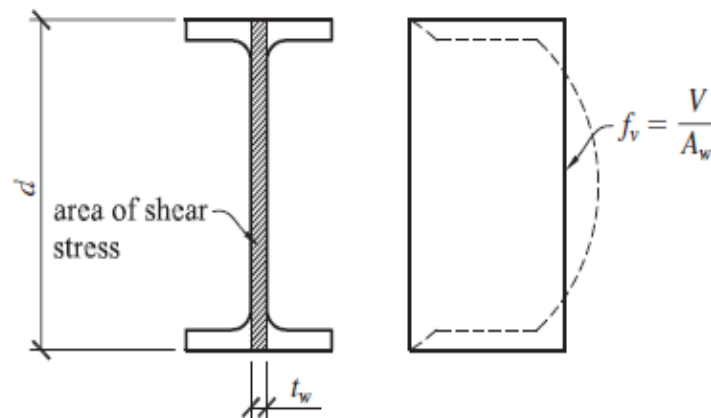
$$M_n = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \leq M_p$$

$$M_n = 27.9 - (27.9 - 17.26) \left(\frac{10 - 9}{16.3 - 9} \right) = 26.3 \text{ tm}$$

برش :



a. actual shear stress



b. approximated shear stress



مثال :

$$\text{IPE450} \quad V=30000 \text{ kg}$$

$$b_f=190 \text{ mm} \quad t_f=14.6 \quad t_w=9.4 \quad d=450 \text{ mm} \quad I=3374 \text{ cm}^4$$

$$Q=19*1.46*(22.5-0.73)=603.9 \text{ cm}^3$$

$$f_v=30000*603.9/(33740*19)=28.3 \text{ kg/cm}^2 \text{ در بال نیمرخ}$$

$$f_v=30000*603.9/(33740*0.94)=571.2 \text{ kg/cm}^2 \text{ در جان نیمرخ}$$

$$Q=19*1.46*(22.5-0.73)+0/94*(22.5-1.46)^2/2=849 \text{ cm}^3$$

$$f_v=30000*849/(33740*0.94)=803 \text{ kg/cm}^2 \text{ در تار خنثی}$$

$$V_{\text{بال}}=2*(19*1.46)*28.3/2=785 \text{ kg}$$

$$V_{\text{جان}}=30000-785=29215=0.97V$$

$$f_v=V/(dt_w)=30000/(45*0.94)=709 \text{ kg/cm}^2$$



برش

تنش جاری شدن برشی :

$$\tau_y = \frac{F_y}{\sqrt{3}} = 0.58 F_y$$

مقاومت برشی طرح آیین نامه :

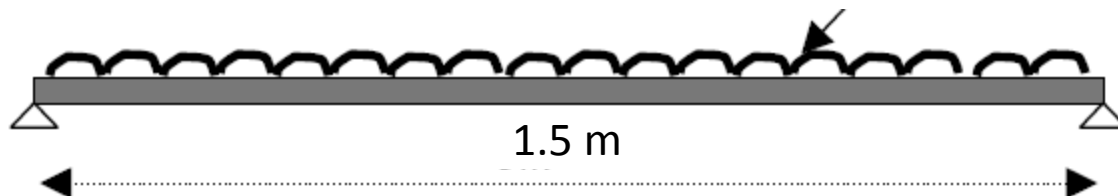
$$V_n = \phi V_p$$

$$V_p = 0.6 F_y d t_\omega \quad \text{and} \quad \phi = 1 \quad \text{For} \quad \frac{d}{t_\omega} \leq 2.24 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$V_p < 0.6 F_y d t_\omega \quad \text{and} \quad \phi = 0.9 \quad \text{For} \quad \frac{d}{t_\omega} > 2.24 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

مثال:

$$D=15 \quad L=8 \text{ t/m}$$



$$q_u = 1.25 \cdot 15 + 1.5 \cdot 8 = 30.75 \text{ t/m}$$

$$M_{u\max} = q_u \cdot L^2 / 8 = 30750 \cdot 1.5^2 / 8 = 8648 \text{ kg.m}$$

$$V_u = 30750 \cdot 1.5 / 2 = 23062 \text{ kg}$$

$$Z_{\text{لازم}} > M_u / 0.9 F_y = 8648 \cdot 100 / 0.9 / 2400 = 400 \text{ cm}^3 \quad \text{use IPE27} \quad Z = 484 \text{ cm}^3$$

$$\text{IPE27} \quad Z = 484 \text{ cm}^3 \quad t_w = 6.6 \text{ mm}$$

$$V_{n=} \phi 0.6 F_y d t_w = 1 \cdot 0.6 \cdot 2400 (27 \cdot 0.66) = 25660 > V_u = 23063$$

$$d/t_w = 27 / 0.66 = 40.9 < 2.24 \sqrt{E/F_y} = 65 \quad \text{ok.}$$



خیز در تیرها

خیز:

$$\Delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{WL^3}{EI}$$

خیز تیر ساده بار گسترده

$$\Delta = \beta \cdot \frac{WL^3}{EI}$$

در حالت کلی

$$\Delta_{\text{وسط دهانه}} = \frac{5L^2}{48EI} [M_s - 0.1(M_a + M_b)]$$

در تیرهای یکسره

$$\Delta_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{wL^4}{EI} \quad M = \frac{wL^2}{8} \quad f = \frac{MC}{I} \quad C = \frac{d}{2}$$

$$\Delta_{max} = \frac{10fL^2}{48Ed} \quad \frac{\Delta_{max}}{L} = \frac{10f}{48E} \cdot \frac{L}{d} = \frac{f}{1008e5} \cdot \frac{L}{d}$$



خیز در تیرها

خیز:

Δ_{max}	L/360	L/300	L/240	L/200
L/d F=0.6F _y =1440	19	23	28	34

$$M_e = M_s - 0.1(M_a + M_b)$$

در تیرهای یکسره

$$\Delta_{max} = \frac{10f_e}{48E} \cdot \frac{L}{d} \quad f_e = \frac{M_e C}{I}$$



خیز (مقررات ملی):

الف) افتادگی

تیرها و شاهتیرهایی که کفها و سقفهای ساختمانی را تحمل می کنند باید با توجهی خاص به تغییرمکان آنها در اثر بارهای محاسباتی، طرح و محاسبه شوند.

تیرها و شاهتیرهایی که سقفهای نازک کاری شده را تحمل می کنند، باید طوری

محاسبه شوند که تغییرمکان حداکثر نظیر بار مرده و زنده از $\frac{1}{240}$ طول دهانه و تغییرمکان

حداکثر نظیر بار زنده از $\frac{1}{360}$ طول دهانه بیشتر نشود.



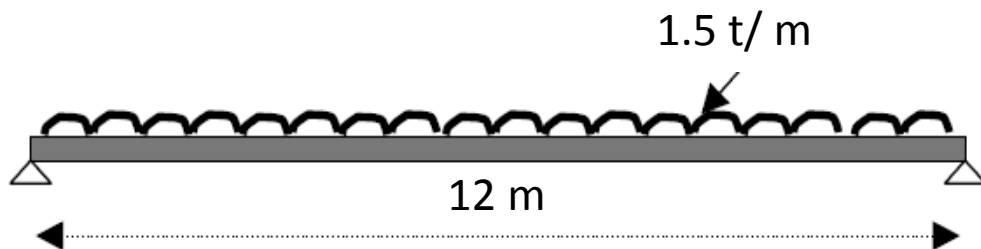
خیز (مقررات ملی):

ب) ارتعاش

تیرها و شاهتیرهایی که سطوح بزرگ خالی از تیغه‌بندی (یا خالی از عناصر دیگری که خاصیت میراکنندگی ارتعاش را دارند) را تحمل می‌کنند، باید با توجهی خاص به لرزش و ارتعاش حاصل از بارهای جنبشی (راه رفتن اشخاص، حرکت و توقف آسانسورها و نظایر آنها) محاسبه شوند. در تیرهای مربوط به این کف‌ها، نسبت ارتفاع به دهانه $(\frac{d}{L})$ نباید از $\frac{1}{۲۰}$ کمتر گردد. d ارتفاع کلی مقطع تیر (شامل ارتفاع بتن در تیرهای مختلط) و L طول مرکز به مرکز تکیه‌گاهی تیر است. همچنین لازم است فرکانس نوسانی تیرها محاسبه گردد که این فرکانس باید از ۵ هرتز بیشتر باشد.



مثال:



$$q = (q_D + q_L) = (1 + 0.5) = 1.5 \text{ t/m}$$

$$q_u = (1.25q_D + 1.5q_L)$$

$$q_u = (1.25 * 1 + 1.5 * 0.5) = 2 \text{ t/m}$$

$$\Delta_{\max} < L/360$$

$$M_{u\max} = q_u \cdot L^2 / 8 = (2 + 0.09) * 12^2 / 8 = 37.62 \text{ t.m}$$

$$Z_{\text{لازم}} > M_u / 0.9F_y = 3762000 / 0.9 / 2400 = 1742 \text{ cm}^3 \text{ use IPE50 } S=1930 \text{ } Z=2194 \text{ cm}^3$$

$$f_b = 2862000 / 1930 = 1483 \text{ kg/cm}^2$$

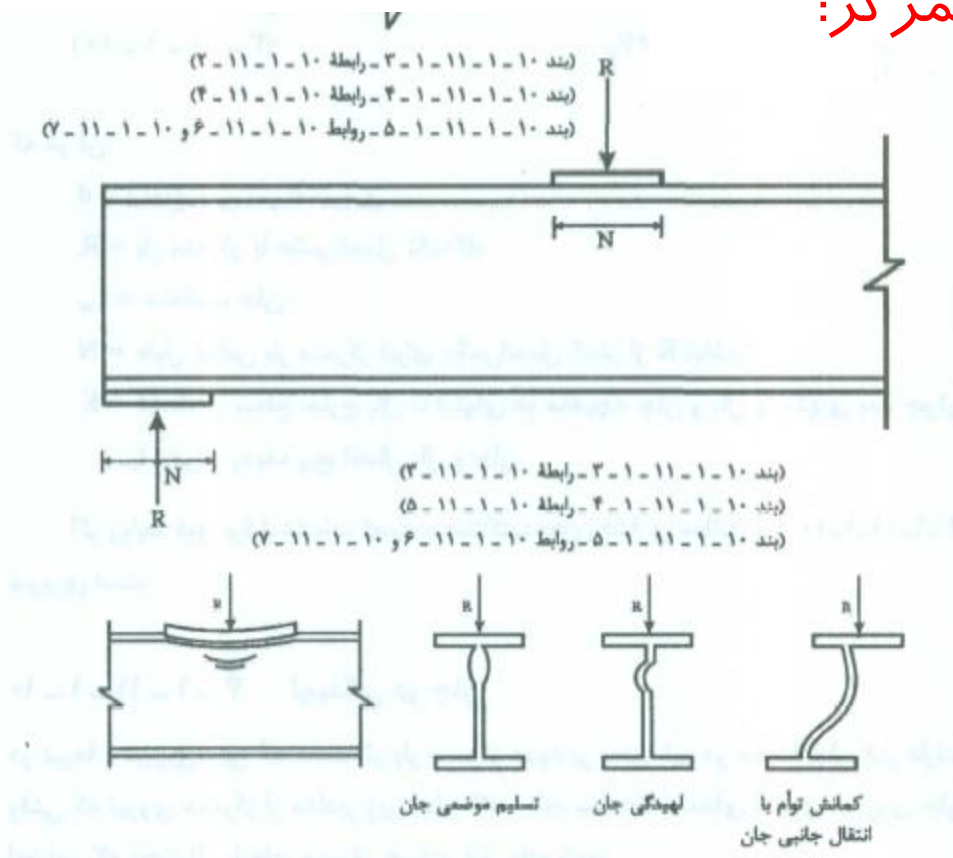
$$f_{bL} = 1483 * 1 / 1.5 = 988.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$(L/d) < (1008e5 / f) * (\Delta / L) = 1008e5 / 988.6 * (1 / 360) = 28.3$$

$$d = 50 > L / 28.3 = 42.4 \text{ ok.}$$

$$\Delta = L / 360 = 1200 / 360 = 3.33 \text{ cm } I = 48200 > (5qL^4 / 384E\Delta) = 38570 \text{ cm}^4 \text{ ok. روش دوم}$$

اثرات موضعی بارهای متمرکز:

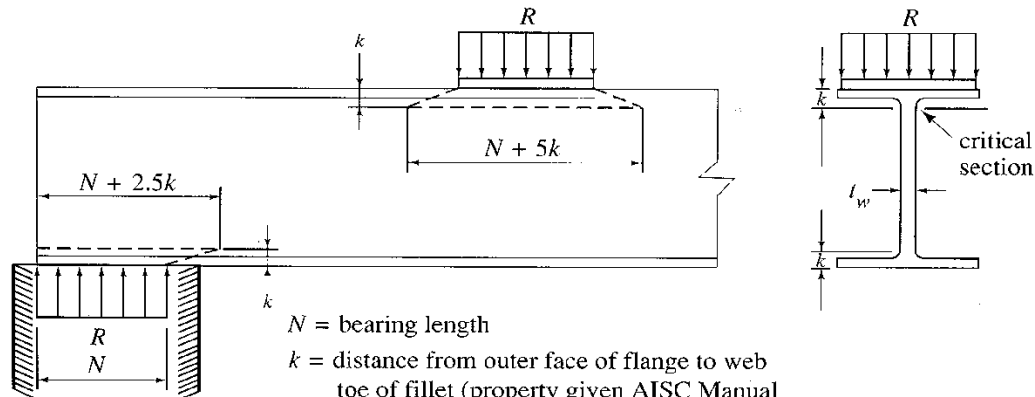


- تسلیم موضعی جان

- لپیدگی جان

- کمانش جانبی

جاری شدن موضعی جان:



N = bearing length

k = distance from outer face of flange to web toe of fillet (property given AISC Manual with dimensions of rolled sections)

R = concentrated load to be transmitted to girder

$$\phi R_n \geq R_u$$

For $x > d$,

$$\phi_{wy} R_n = \phi_{wy} (5k + N) F_y t_w$$

For $x \leq d$,

$$\phi_{wy} R_n = \phi_{wy} (2.5k + N) F_y t_w$$

where

$\phi_{wy} = 1.0$ (resistance factor for web yielding),

لهیدگی جان:

For $x \geq \frac{d}{2}$,

$$\phi_{wc}R_n = \phi_{wc}0.8t_w^2 \left[1 + 3\left(\frac{N}{d}\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5} \right] \sqrt{\frac{EF_y t_f}{t_w}}$$

For $x < \frac{d}{2}$ and $\frac{N}{d} \leq 0.2$,

$$\phi_{wc}R_n = \phi_{wc}0.4t_w^2 \left[1 + 3\left(\frac{N}{d}\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5} \right] \sqrt{\frac{EF_y t_f}{t_w}}$$

For $x < \frac{d}{2}$ and $\frac{N}{d} > 0.2$,

$$\phi_{wc}R_n = \phi_{wc}0.4t_w^2 \left[1 + \left(\frac{4N}{d} - 0.2\right)\left(\frac{t_w}{t_f}\right)^{1.5} \right] \sqrt{\frac{EF_y t_f}{t_w}}$$

where

$\phi_{wc} = 0.75$ (resistance factor for web crippling),



لهیدگی جان

کمانش جانبی جان:

$$R_n = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[1 + 0.4 \left(\frac{h/t_w}{L_b/b_f} \right)^3 \right] \quad \text{for } (h/t_w)/(L_b/b_f) \leq 2.3$$

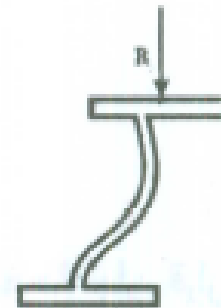
$$R_n = \text{no limit} \quad \text{for } (h/t_w)/(L_b/b_f) > 2.3$$

$$C_r = 6.62 \times 10^7 \quad \text{kg/cm}^2 \quad M_u < M_y$$

$$C_r = 3.31 \times 10^7 \quad \text{kg/cm}^2 \quad M_u \geq M_y$$

$$R_n = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[0.4 \left(\frac{h/t_w}{L_b/b_f} \right)^3 \right] \quad \text{for } (h/t_w)/(L_b/b_f) \leq 1.7$$

$$R_n = \text{no limit} \quad \text{for } (h/t_w)/(L_b/b_f) > 1.7$$

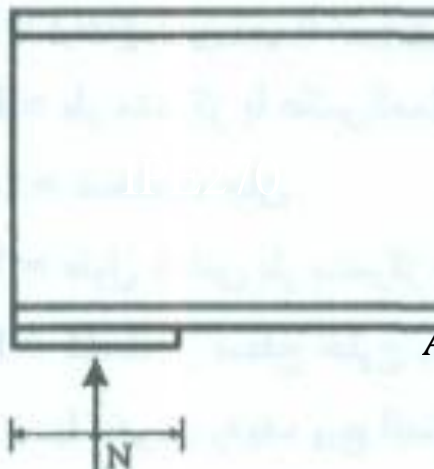


کمانش تمام با
انتقال جانبی جان



مثال:

مقاومت بتن تکیه گاه $f_c = 300 \text{ kg/cm}^2$



$$R_u = 30$$

$$N = \frac{R_u}{F_y t_w} - 2.5k = \frac{30000}{2400 * 0.66} - 2.5 * 2.2 = 13.4 \text{ cm}$$

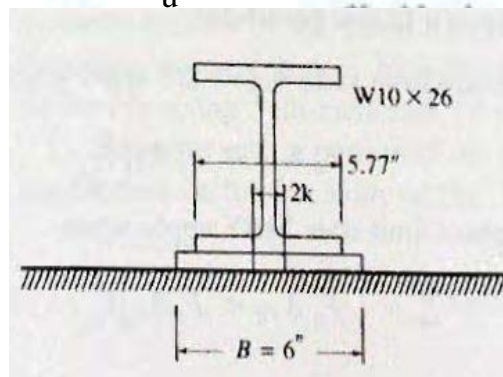
$$A_p > \frac{R_u}{\phi 0.85 f_c} = \frac{30000}{.65 * .85 * 300} = 181 \text{ cm}^2 \text{ check PL15 * 20 cm}$$

کنترل لهدگی:

$$R = \phi 0.4 t_w^2 \left[1 + 3 \left(\frac{N}{d} \right) \left(\frac{t_w}{t_f} \right)^{1.5} \right] \sqrt{E F_y \frac{t_f}{t_w}}$$

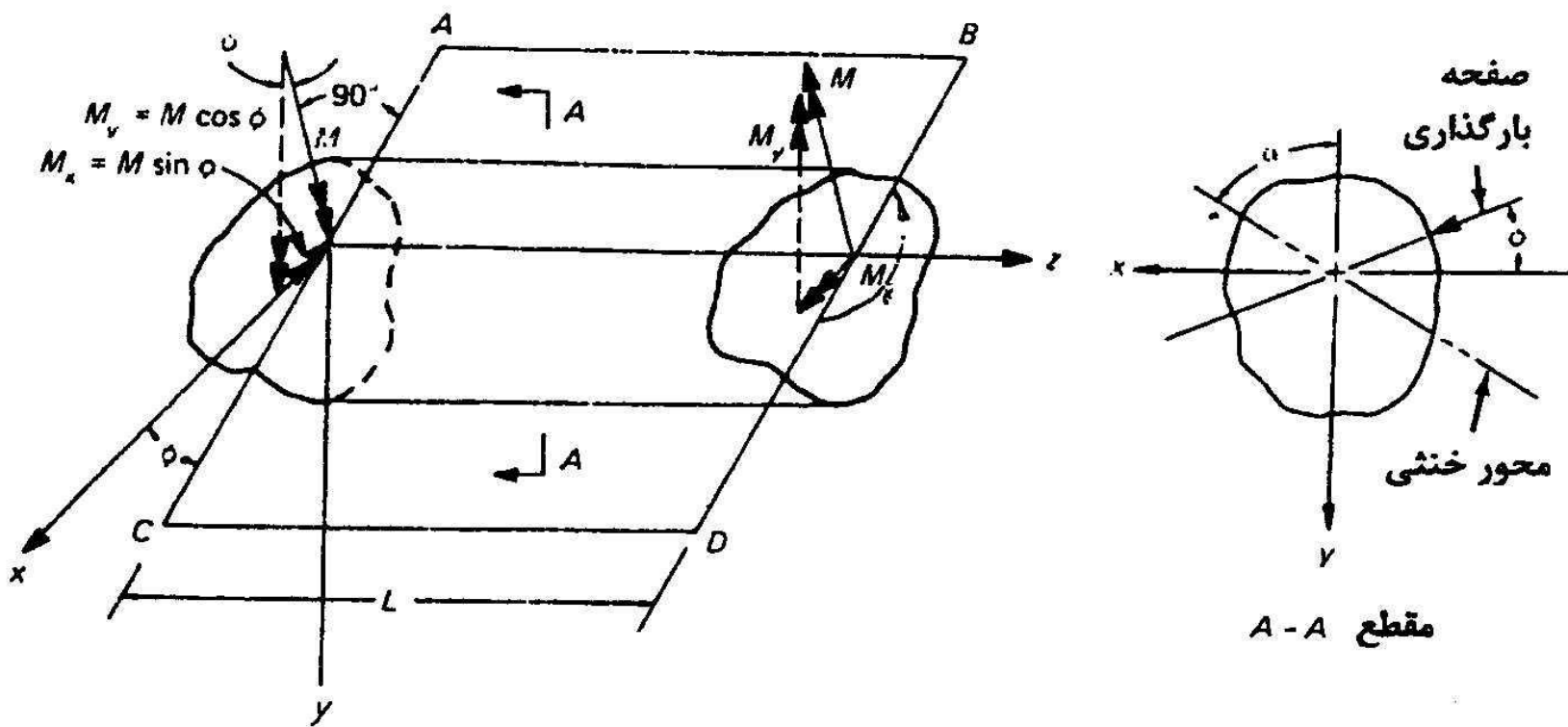
$$= 0.75 * 0.4 * 0.66^2 \left[1 + 3 \left(\frac{15}{27} \right) \left(\frac{0.66}{1.02} \right)^{1.5} \right] \sqrt{2400 \frac{2e6 * 1.02}{0.66}}$$

$$= 21019 \text{ kg} < 30000$$



$$N = 30 \rightarrow R = 30783 > 30000 \text{ ok. USE PL30 * 20}$$

نظریه عمومی خمش:



تیر منشوری تحت اثر خمش خالص.



نظریه عمومی خمش:

$$\sigma = \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x$$

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

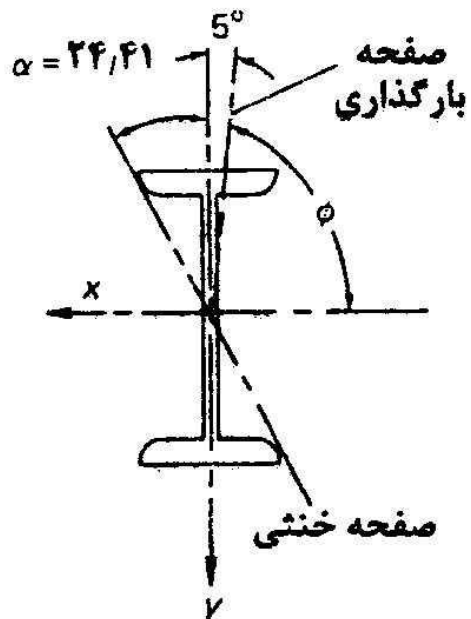
خمش محورهای اصلی

$$\tan \alpha = \frac{I_y \tan \gamma - I_{xy}}{I_x - I_{xy} \tan \gamma}$$

زاویه تار خنثی

$$\tan \gamma = \frac{M_x}{M_y}$$

مثال:



$$I_x = 29210 \text{ cm}^4 \quad I_y = 1160 \text{ cm}^4 \quad \gamma = 85$$

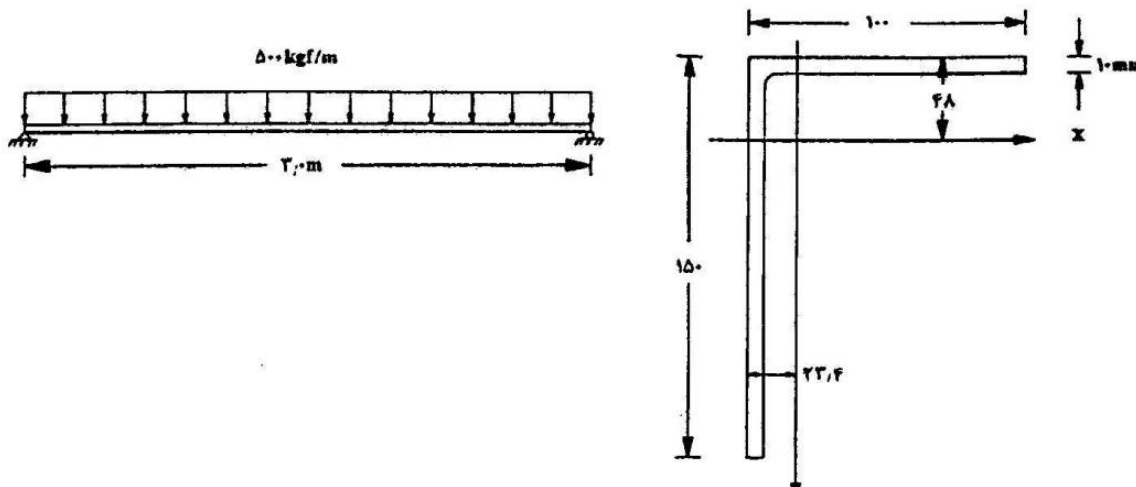
$$\tan(\alpha) = \tan(\gamma) I_y / I_x = 1160 \cdot \tan(85) / 29210 = 0.4539$$

$$\alpha = 24.41$$

تیر تحت بار دو محوری

ت

مثال:



الف : خمش آزاد
ب : خمش مقید در
صفحه قائم

الف : خمش آزاد

$$I_x = 552 \text{ cm}^4 \quad I_y = 198 \text{ cm}^4$$

$$I_{xy} = [15(-2.34 + 0.5)(7.5 - 4.8) + (10 - 1)(5.5 - 2.34)(-4.8 + 0.5)] = -196.8 \text{ cm}^4$$

$$M_x = 500 * 3^2 / 8 = 562.5 \text{ kg.m} \quad M_y = 0$$



ادامه مثال:

$$f_A = \frac{M_x(I_y y - I_{xy} x)}{I_x I_y - I_{xy}^2} = \frac{562.5[198(15 - 4.8) + 196.8(-2.34)]}{522 * 198 - (196.8)^2} = 1234$$

$$f_B = \frac{562.5[198(15 - 4.8) + 196.8(-2.34 + 1)]}{522 * 198 - (196.8)^2} = 1400 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_C = \frac{562.5[198(-4.8) + 196.8(-2.34)]}{522 * 198 - (196.8)^2} = -1125 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_A = f_B = \frac{562.5(15 - 4.8)}{522} = 1040 \frac{kg}{cm^2}$$

ب : خمش مقید در
صفحه قائم

$$f_C = \frac{562.5(-4.8)}{522} = -489 \frac{kg}{cm^2}$$



خمش دو محوره در مقاطع متقارن:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \quad \sigma = \frac{M_x}{S_x} + \frac{M_y}{S_y} \quad \text{خمش محورهای اصلی}$$

$$\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0, \quad M_{nx} = F_y S_x, \quad M_{ny} = F_y S_y \quad S_x > \frac{M_{ux}}{\phi_b F_y} + \frac{M_{uy}}{\phi_b F_y} \left(\frac{S_x}{S_y} \right)$$

INP	S_x/S_y	IPE	S_x/S_y	IPB	S_x/S_y
INP8-INP14	7	IPE10-IPE14	6	IPB10-IPB32	3
INP16-INP26	8	IPE16-IPE22	6.5	IPB34-IPB36	3.5
INP28-INP32	9	IPE24-IPE36	7	IPB40-IPB45	4
INP34-INP40	9.5	IPE40-IPE45	8		
INP42-INP55	10	IPE50-IPE55	9		



مثال:

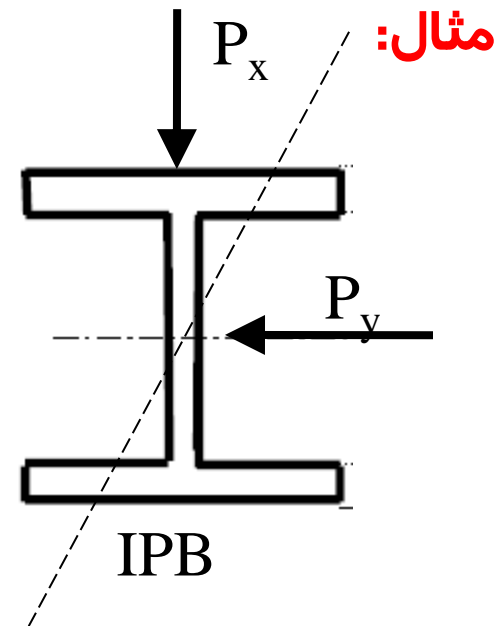
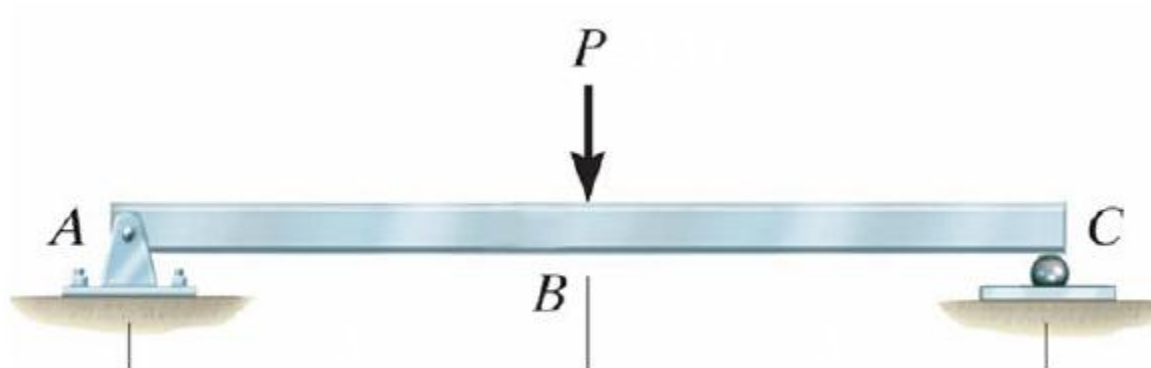
$$M_{ux}=600 \text{ kg.m} \quad M_{uy}=250 \text{ kg.m}$$

$$S_x > (M_{ux}/\Phi F_y) + (M_{uy}/\Phi F_y)(S_x/S_y) \quad S_x/S_y=7 \quad \text{فرض}$$

$$S_x > (60000/0.9/2400) + (25000/0.9/2400)*7 = 109 \text{ cm}^3$$

$$\text{USEIPE16} \quad S_x=109 \quad S_y=16.7 \quad S_x/S_y=109/16.7=6.5$$

$$M_{ux}/\Phi S_x + M_{uy}/\Phi S_y = 60000/0.9/109 + 25000/0.9/16.7 = 2275 < 2400 \quad \text{OK.}$$



$$P_{ux} = P_u \cos(\gamma) = 4500 \cos(30) = 3897 \text{ kg}$$

$$P_{uy} = P_u \sin(\gamma) = 4500 \sin(30) = 2250 \text{ kg}$$

$$M_{uy} = P_{uy} L/4 = 2250 * 6/4 = 3375 \text{ kg.m}$$

$$M_{ux} = P_{ux} L/4 = 3897 * 6/4 = 5845 \text{ kg.m}$$

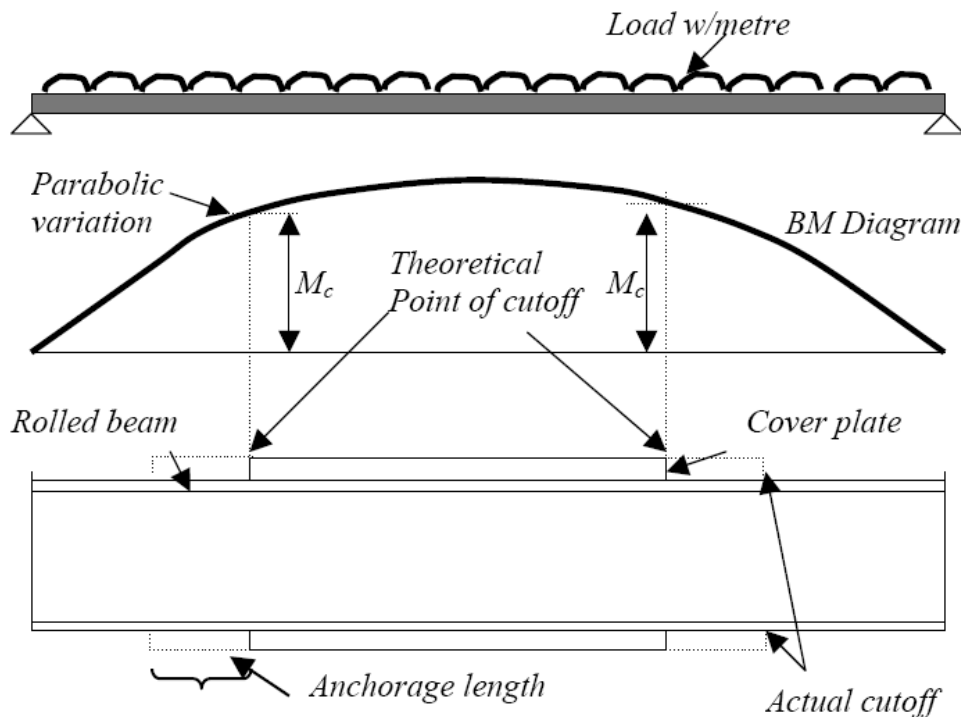
$$S_x > (M_{ux} / \Phi F_b) + (M_{uy} / \Phi F_b) (S_x / S_y) = (584500 / .9 / 2400) + (337500 / .9 / 2400) * 3 = 739 \text{ cm}^3$$

$$\text{USE IPB22 } S_x = 736 \quad S_y = 258 \text{ cm}^3$$

$$M_{ux} / 0.9 S_x = 584500 / .9 / 736 = 882 \quad M_{uy} / .9 S_y = 375000 / .9 / 258 = 1454 \text{ kg/cm}^2$$

$$(M_{ux} / 0.9 S_x) + (M_{uy} / .9 S_y) = (882) + (1454) = 2336 < 2400$$

ورق تقویت:



$$Z_{\text{beam+PL}} = M_{\text{umax}} / \Phi F_y$$

$$Z_{\text{beam+PL}} = Z_{\text{beam}} + A_{\text{PL}} d$$

$$A_{\text{PL}} = (Z_{\text{beam+PL}} - Z_{\text{beam}}) / d$$

$$M_c = \Phi Z_{\text{beam}} * F_y$$

مثال:

$$M_{\text{ux}} = 30 \text{ t,m} \quad \text{IPE36}$$

$$Z_{\text{beam}} = 1019 \text{ cm}^3$$

$$Z_{\text{beam+PL}} = 2500000 / .9 / 2400 = 1389$$

$$A_{\text{PL}} = (1389 - 1019) / 36 = 10 \text{ cm}^2$$

USE 2PL100*10

ورق تقویت نا متقارن:

در مقاطع بال پین $A_{PL} = 1.2 \cdot (S_{beam+PL} - S_{beam}) / (d - 2.4 S_{beam} / A_{beam}) I$

$$M_x = 30 \text{ t.m} \quad \text{IPE36}$$

$$S_{beam} = 904 \text{ cm}^3$$

$$S_{beam+PL} = 3000000 / 2400 = 1250$$

$$A_{PL} = 1.2 \cdot (1250 - 904) / (36 - 2.4 \cdot 904 / 72.7) = 67 \text{ cm}^2$$

USEPL300*20

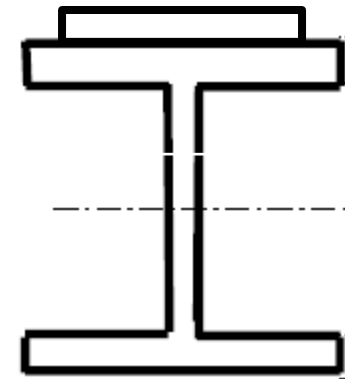
$$e = (30 \cdot 2 \cdot 19) / (60 + 72.7) = 8.6 \text{ cm}$$

$$I = 16270 + 72.7 \cdot 8.6^2 + 60 \cdot (19 - 8.6)^2 = 28136 \text{ cm}^4$$

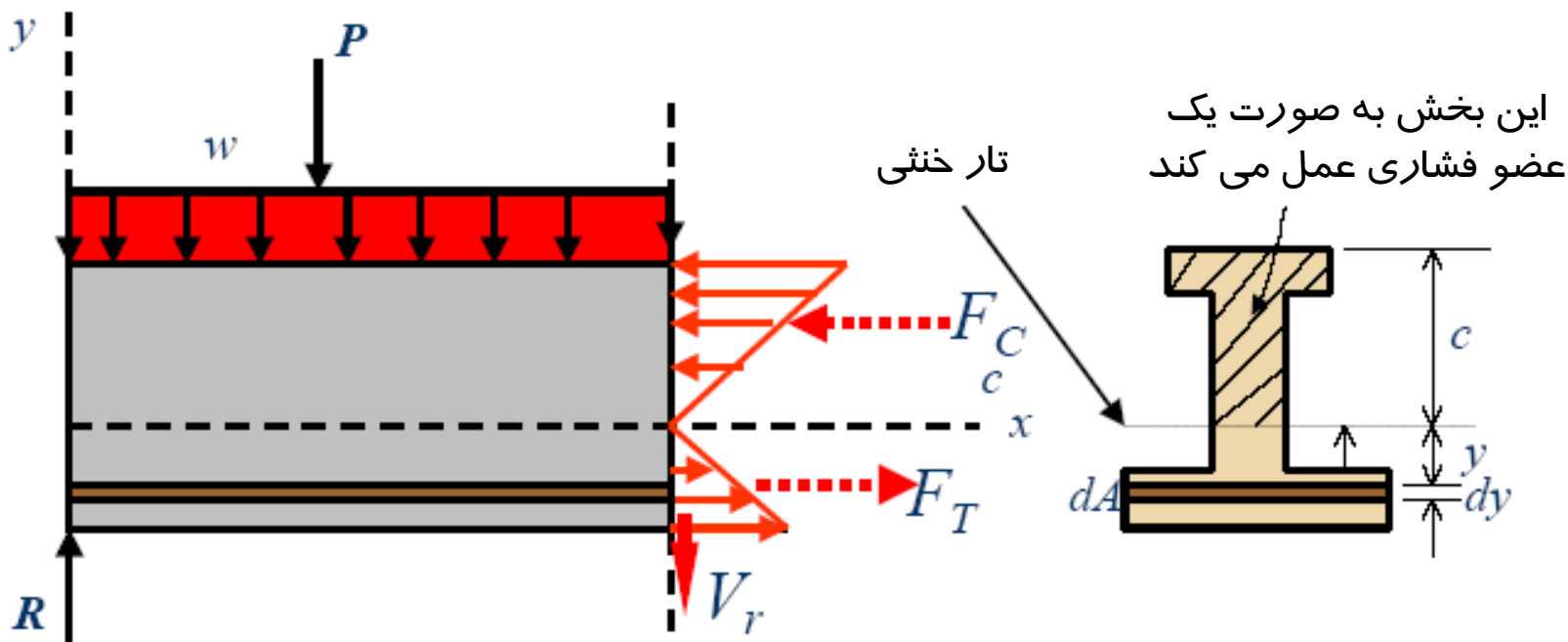
$$S_c = 28136 / (20 - 8.6) = 2468 \quad S_t = 28136 / (18 + 8.6) = 1058 \quad Z = 1318$$

$$M_p = 1318 \cdot 2400 / 1e5 = 31.6 \text{ t.m} \quad M_{yt} = 1058 \cdot 2400 / 1e5 = 25.4 \text{ tm} \quad R_{pt} = 31.6 / 25.4 = 1.24$$

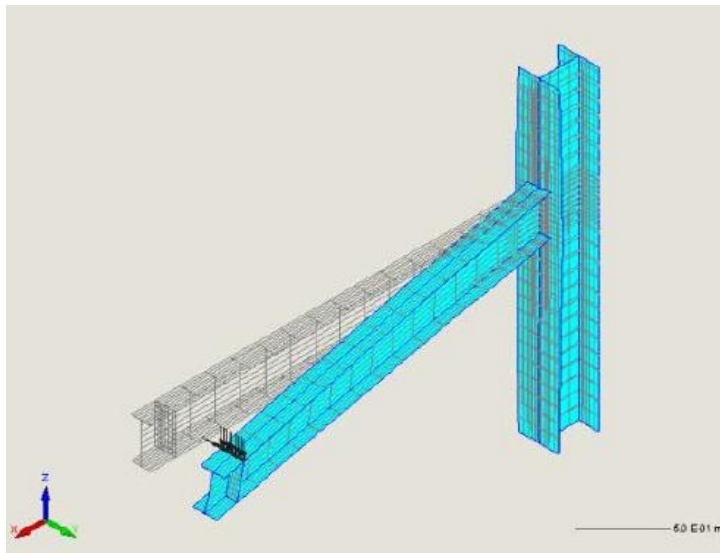
$$\Phi M_n = \Phi R_{pt} M_y = 0.9 \cdot 1.24 \cdot 25.4 = 28.4 < 30 \text{ N.G.}$$



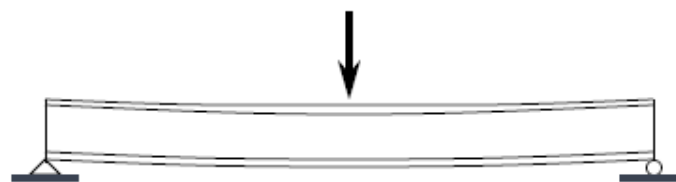
کمانش جانبی پیچشی:



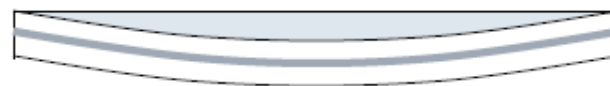
کمانش جانبی پیچشی:



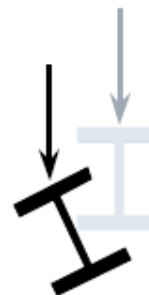
SIDE VIEW:



TOP VIEW:



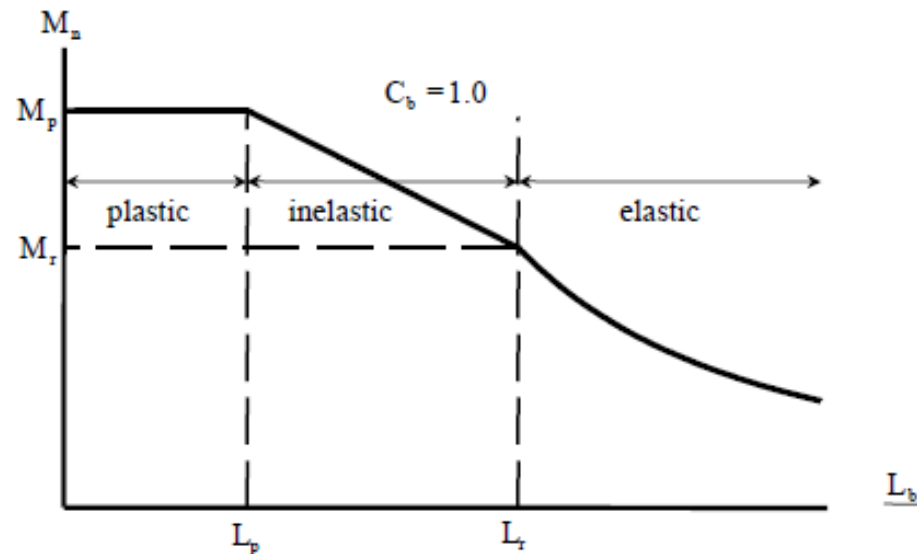
CROSS-SECTION VIEW:



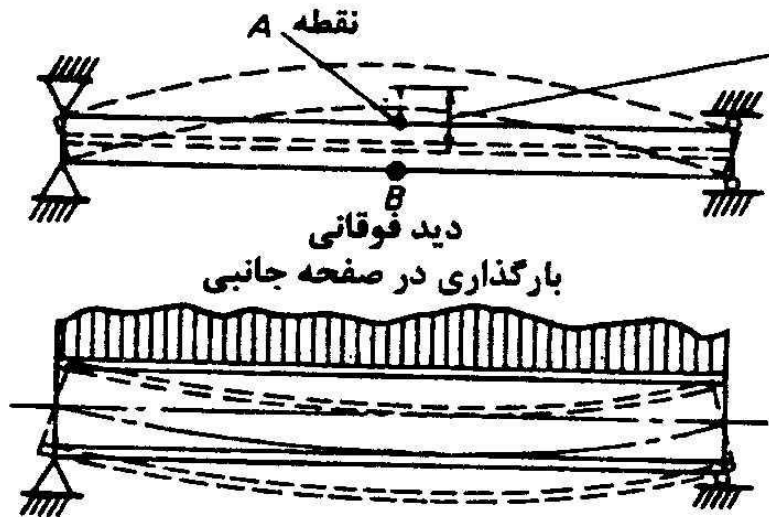


مقاومت خمشی M_n :

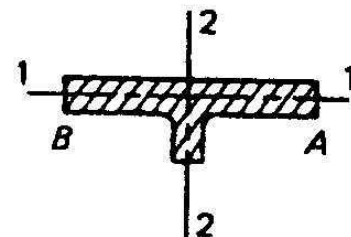
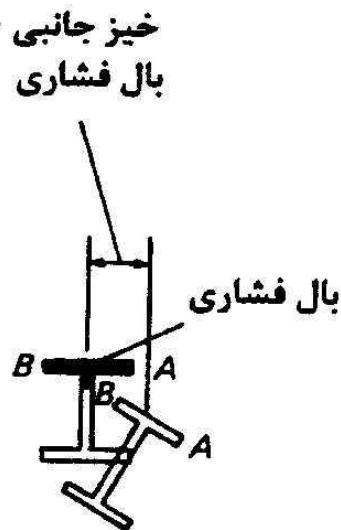
- plastic when $L_b \leq L_p$ and $M_n = M_p$
- inelastic when $L_p < L_b \leq L_r$ and $M_p > M_n \geq M_r$
- elastic when $L_b > L_r$ and $M_n < M_r$



کمانش جانبی پیچشی:



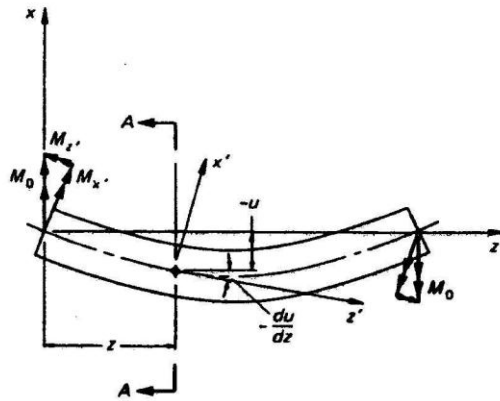
(الف) دید جانبی



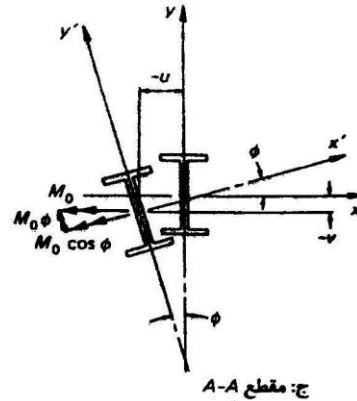
ب - دید جانبی

شکل (۹-۱) تیر با دو مقطع مهار شده در دو انتها.

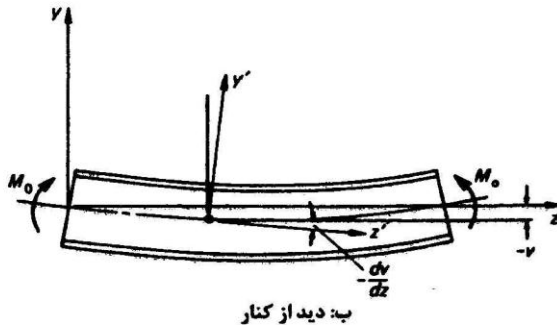
کمانش جانبی پیچشی:



الف: دید از بالا



ج: مقطع A-A



ب: دید از کنار

Direction Cosines

	x	y	z
x'	1	φ	$-\frac{du}{dz}$
y'	-φ	1	$-\frac{dv}{dz}$
z'	$\frac{du}{dz}$	$\frac{dv}{dz}$	1

شکل (۴-۹) تیر I شکل در وضعیت شروع کمانش جانبی.

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \frac{M_0^2}{EI_y} \phi = 0$$

برای شرایط تکیه گاهی ساده پیچشی

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y GJ}{L^2} + \frac{\pi^4 E^2 I_y C_w}{L^4}}$$

برای سایر شرایط تکیه گاهی و بارگذاری

$$M_{cr} = C_b \sqrt{\frac{\pi^2 EI_y GJ}{L^2} + \frac{\pi^4 E^2 I_y C_w}{L^4}}$$

$$F_{cr} = \frac{M}{S} = \frac{C_b}{L S_x} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 I_y C_w}$$

$$F_{cr} = C_b \left(\pi \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\lambda L}\right)^2} \right) \frac{\sqrt{EIGJ}}{S_x l}$$

$$\lambda^2 = \frac{GJ}{EC_w}$$



ضریب یکنواختی لنگر:

$$C_b = \text{Moment gradient factor}$$
$$= \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0,$$

M_{\max} = Absolute value of the maximum moment in the unbraced segment,

M_A = Absolute value of the moment at the $\frac{1}{4}$ point of the unbraced segment,

M_B = Absolute value of the moment at the centerline of the unbraced segment,

M_C = Absolute value of the moment at the $\frac{3}{4}$ point of the unbraced segment,

R_m = Section symmetry factor

= 1.0 for doubly symmetric members (I-shapes)

= 1.0 for singly symmetric sections in single-curvature bending

= $0.5 + 2\left(\frac{I_{yc}}{I_y}\right)^2$ for singly symmetric shapes subjected to reverse curvature

bending, and

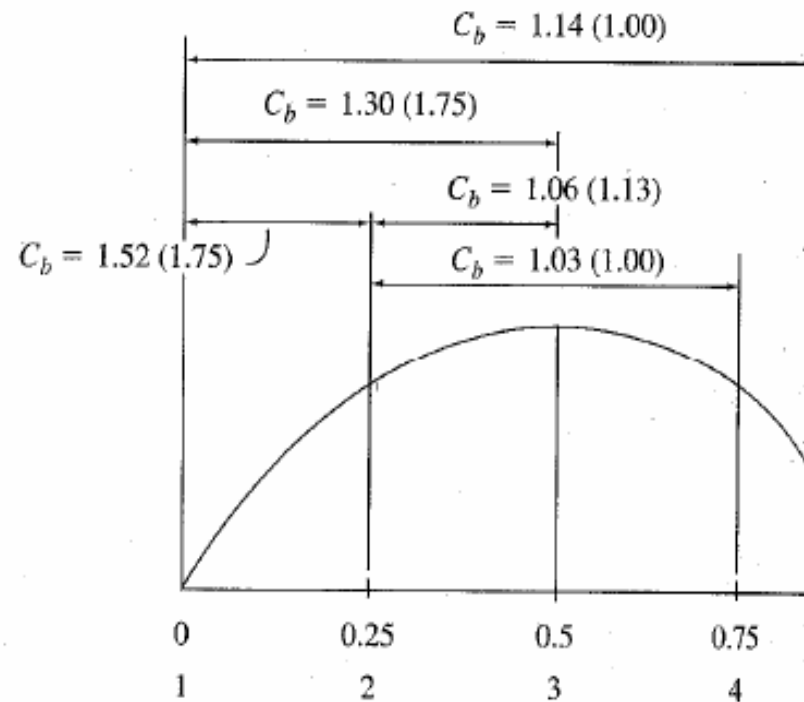
I_{yc} = Moment of inertia of the compression flange about the y-axis.



ضریب یکنواختی لنگر:

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$$

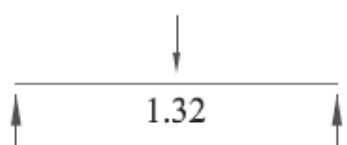
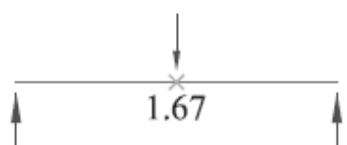
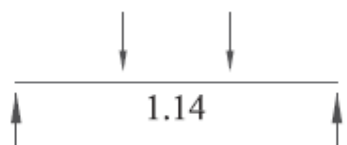
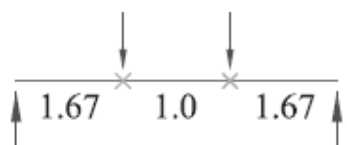
Case 1	Laterally braced at ends; points 1 and 5 only; M_{max} at 3	$C_b = 1.14$
Case 2	Laterally braced at ends and midspan; points 1,3, and 5 only; M_{max} at 3	$C_b = 1.30$
Case 3	Laterally braced at end and 1st quarter point; bracing at points 1 and 2; M_{max} at 2	$C_b = 1.52$
Case 4	Laterally braced at 1st and 2nd quarter points; bracing at points 2 and 3; M_{max} at 3	$C_b = 1.06$
Case 5	Laterally braced at 1st and 3rd quarter points; bracing at points 2 and 4; M_{max} at 3	$C_b = 1.03$





ضریب یکنواختی لنگر:

Table 6-3 Values of C_b for simple-span beams

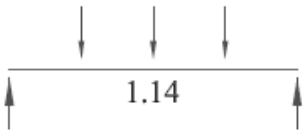
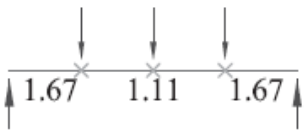
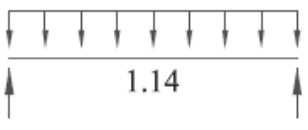
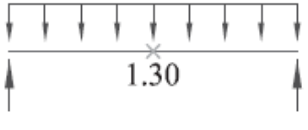
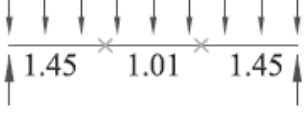
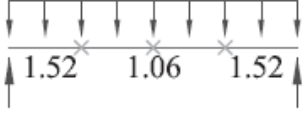
Load Description	Lateral Bracing	C_b
Concentrated load at midspan	None	 <p><i>a. concentrated load at midspan, no lateral bracing</i></p>
	At load point	 <p><i>b. concentrated load at midspan, lateral brace at midspan</i></p>
Concentrated load at $\frac{1}{3}$ points	None	 <p><i>c. concentrated load at $\frac{1}{3}$ points, no lateral bracing</i></p>
	At all load points	 <p><i>d. concentrated load at $\frac{1}{3}$ points, lateral bracing at $\frac{1}{3}$ points</i></p>

فصل پنجم - اعضای خمشی

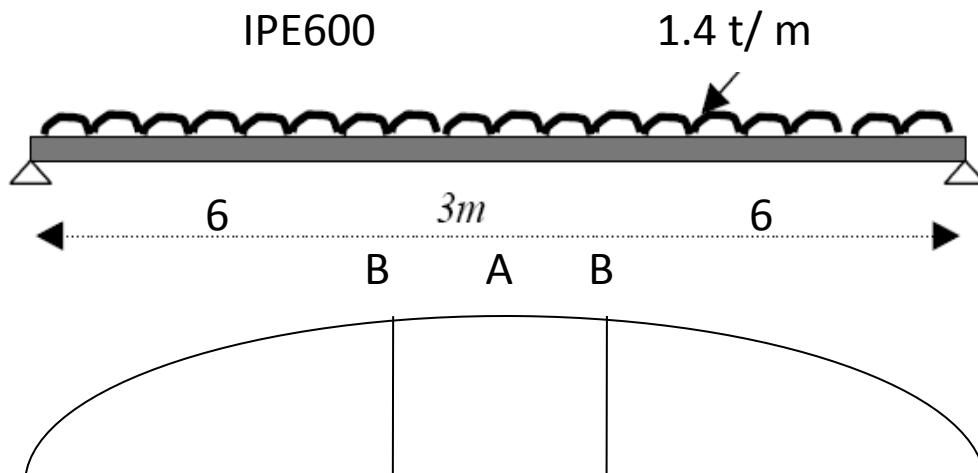
تیرهای مهار نشده

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



Concentrated load at $\frac{1}{4}$ points	None		<i>e. concentrated load at $\frac{1}{4}$ points, no lateral bracing</i>
	At all load points		<i>f. concentrated load at $\frac{1}{4}$ points, lateral bracing at $\frac{1}{4}$ points</i>
Uniformly loaded	None		<i>g. uniformly loaded, no lateral bracing</i>
	At midspan		<i>h. uniformly loaded, lateral brace at midspan</i>
	At $\frac{1}{3}$ points		<i>i. uniformly loaded, lateral bracing at $\frac{1}{3}$ points</i>
	At $\frac{1}{4}$ points		<i>j. uniformly loaded, lateral bracing at $\frac{1}{4}$ points</i>

مثال:



$$I_y = 3387 \quad J = 166.2 \quad \text{cm}^4$$

$$C_w = I_y h^2 / 4 = 3048300 \quad \text{cm}^6$$

$$G = E / 2.6 = 2100000 / 2.6 = 807692$$

$$\lambda^2 = GJ / EC_w = 2.3e-4 \quad \lambda = 0.0046$$

$$C_4 = \pi \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\lambda L}\right)^2} = \pi \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{0.0045 * 600}\right)^2} = 4.76$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2}\right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 = 1.75$$

$$F_{cr} = \frac{C_b C_4 \sqrt{EI_y GJ}}{S_x L} = \frac{1.75 * 4.76 \sqrt{(2.1e6)^2 * 3380 * 166.2 / 2.6}}{3070 * 600} = 4241 > 0.5F_y$$



ادامه مثال:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r_e}\right)^2} \quad \left(\frac{KL}{r_e}\right) = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_{cr}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 * 2.1e6}{4241}} = 69$$

$$F_{cr} = F_y \left[1 - \frac{F_y}{4\pi^2 E} \left(\frac{KL}{r_e}\right)^2 \right] = 2400 \left[1 - \frac{2400}{4\pi^2 * 2.1e6} (69)^2 \right] = 2061$$

$$F_b = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{2061}{1.67} = 1237 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_B = 1400 * 7.5 * 6 - 0.5 * 1400 * 6^2 = 37800 \text{ kg.m}$$

$$f_b = \frac{M_B}{S_x} = \frac{37800}{3070} = 1231 < F_b$$

قطعه میانی

$$C_4 = \pi \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\lambda L}\right)^2} = \pi \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{0.0045 * 300}\right)^2} = 7.62 \quad C_b = 1$$

$$F_{cr} = \frac{C_b C_4 \sqrt{EI_y GJ}}{S_x L} = \frac{1 * 7.62 \sqrt{(2.1e6)^2 * 3380 * 166.2 / 2.6}}{3070 * 300} = 78921 > 0.5F_y$$



ادامه مثال:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r_e}\right)^2} \quad \left(\frac{KL}{r_e}\right) = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_{cr}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 * 2.1e6}{7892}} = 50.6$$

$$F_{cr} = F_y \left[1 - \frac{F_y}{4\pi^2 E} \left(\frac{KL}{r_e}\right)^2 \right] = 2400 \left[1 - \frac{2400}{4\pi^2 * 2.1e6} (50.6)^2 \right] = 2218$$

$$F_b = \frac{F_{cr}}{F.S.} = \frac{2218}{1.67} = 1328 \frac{kg}{cm^2}$$

$$M_A = 1400 * \frac{15^2}{8} = 3937500 \text{ kg.m}$$

$$f_b = \frac{M_B}{S_x} = \frac{3937500}{3070} = 1283 < F_b$$



مقاومت خمشی طرح:

الف: جاری شدن مقطع فشرده

$$L_b < L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$M_n = M_p = F_y Z$$



مقاومت خمشی طرح:

ب : کمانش جانبی پیچشی غیر الاستیک :

$$L_p < L_b \leq L_r$$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p \quad ($$

or

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$



مقاومت خمشی طرح:

ج : کمانش جانبی پیچشی الاستیک :

$$L_b > L_r$$

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p$$

مقدار زیر رادیکال را می توان درجهت اطمینان ۱ فرض کرد

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{tz}}\right)^2}$$

$$L_r = 1.95 r_{tz} \frac{E}{0.7 F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{0.7 F_y S_x h_o}{E Jc}\right)^2}}}$$

$$r_{tz}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x}$$



مقاومت خمشی طرح:

ج : کمانش جانبی پیچشی الاستیک (ادامه):

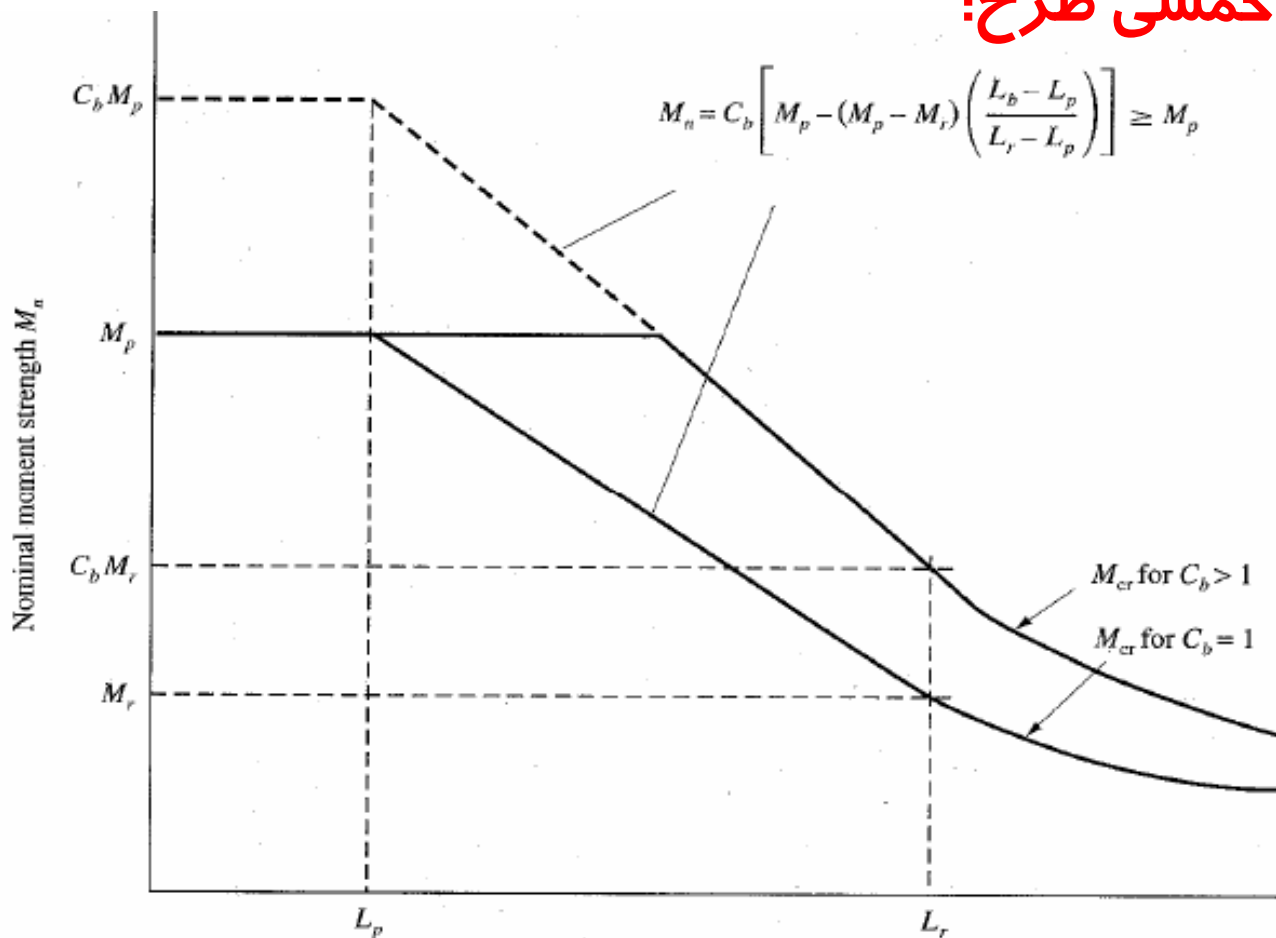
$$L_r = \pi r_{ts} \sqrt{\frac{E}{0.7F_y}} \quad \text{مقدار محافظه کارانه}$$

$$C_w = I_y \frac{h^2}{2} \quad \text{برای مقاطع } I \text{ متقارن}$$

$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{ht_w}{6b_f t_f} \right)}} \quad \text{مقدار تقریبی - ممان اینرسی بال و } \frac{1}{3} \text{ جان حول } y$$



مقاومت خمشی طرح:



بال غیر فشرده (کمانش موضعی بال):

■ Failure Mode

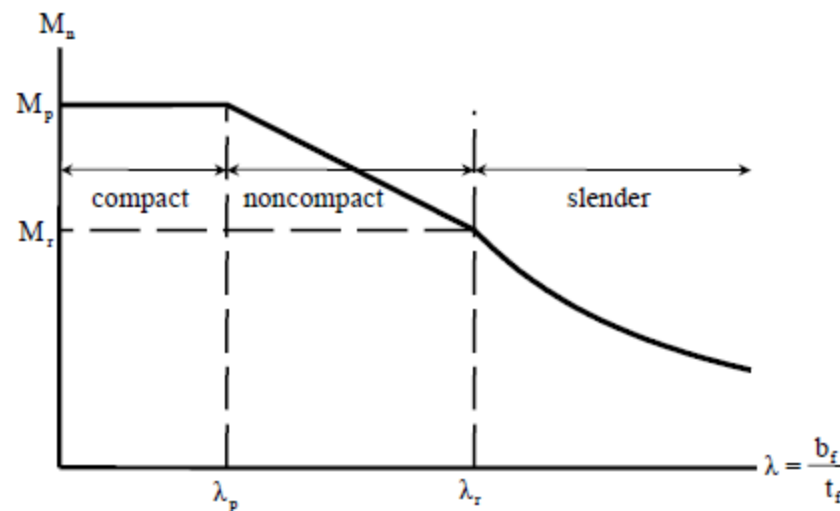
The compression flange of a beam can buckle locally when the bending stress in the flange exceeds the critical stress.



بال غیر فشرده:

■ Nominal Flexural Strength M_n

- plastic when $b/t_f \leq \lambda_p$ and $M_n = M_p$
- inelastic when $\lambda_p \leq b/t_f \leq \lambda_r$ and $M_p > M_n \geq M_r$
- elastic when $b/t_f > \lambda_r$ and $M_n < M_r$





بال غیر فشرده:

■ Flexure Strength

$$M_n = M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right)$$

بال غیر فشرده

$$M_n = \frac{0.9Ek_c S_x}{\lambda^2}$$

بال لاغر

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$$

(k_c shall not be less than 0.35 and not greater than 0.76)

مقاومت خمشی از کمینه کمانش جانبی پیچشی و کمانش موضعی بال بدست می آید

جان غیر فشرده (کمانش موضعی جان) و مقاطع ا شکل با یک محور تقارن:

■ Failure Mode

The web of a beam can also buckle locally when the bending stress in the web exceeds the critical stress.

- Nominal Flexural Strength, $M_n = \min$ (compression flange yielding, LTB, compression FLB, tension flange yielding)

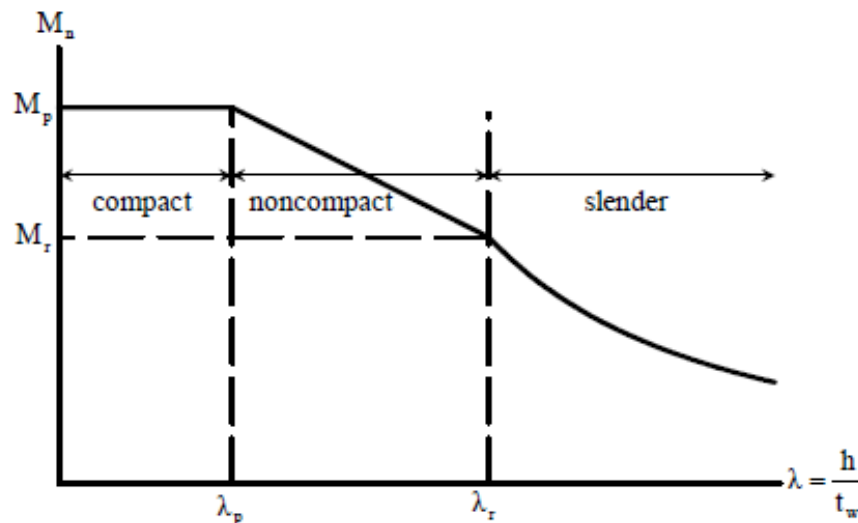




جان غیر فشرده :

■ Nominal Flexural Strength M_n

- plastic when $\lambda \leq \lambda_p$ and $M_n = M_p$
- inelastic when $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ and $M_p > M_n \geq M_r$
- elastic when $\lambda > \lambda_r$ and $M_n < M_r$





جان غیر فشرده:

- Compression Flange Yielding
 - Flexural Strength

$$M_n = R_{pc} M_{yc} = R_{pc} F_y S_{xc} \quad \text{For } S_{xc} > S_{xt}$$

where R_{pc} = web plasticification factor
 F_y = section yield stress

- Limits

$$L_b < L_p = 1.1 r_t \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$



جان غیر فشرده:

■ LTB (Inelastic) $L_p < L_b \leq L_r$

■ Flexure Strength

$$M_n = C_b \left[R_{pc} M_{yc} - (R_{pc} M_{yc} - F_L S_{xc}) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq -R_{pc} M_{yt}$$

$$(a) \frac{h}{t_w} \leq \lambda_{pw} \quad R_{pc} = \frac{M_p}{M_{yc}}$$

$$(b) \frac{h}{t_w} > \lambda_{pw}$$

$$R_{pc} = \left[\frac{M_p}{M_{yc}} - \left(\frac{M_p}{M_{yc}} - 1 \right) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}} \right) \right] \leq \frac{M_p}{M_{yc}}$$

$$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.7 \quad F_L = 0.7 F_y$$

$$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} < 0.7 \quad F_L = F_y \frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq 0.5 F_y$$



جان غیر فشرده:

■ LTB (Elastic) $L_b > L_r$

■ Flexure Strength

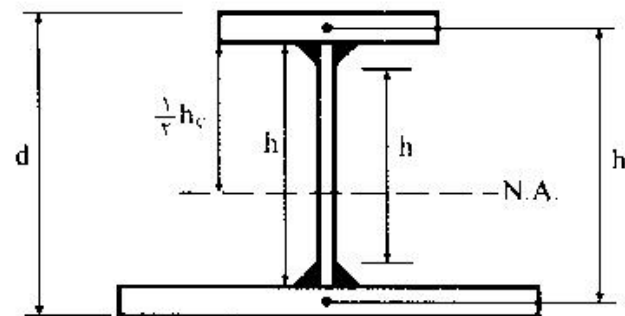
$$M_n = F_{cr} S_{xc} \leq R_{pc} M_{yc}$$

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_t}\right)^2}$$

$$J = 0 \text{ if } \frac{I_{yc}}{I_y} \leq 0.23$$

■ Limit

$$L_r = 1.95 r_t \frac{E}{F_L} \sqrt{\frac{J}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{F_L S_x h_o}{E J}\right)^2}}$$



برای بال مستطیل
مقاطع I شکل

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(\frac{h_o}{d} + \frac{1}{6} a_w \frac{h^2}{h_o d}\right)}} \approx \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} a_w\right)}}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}}$$



جان غیر فشرده:

- Compression FLB (Noncompact Flange)
 - Flexure Strength

$$M_n = \left[R_{pc} M_{yc} - (R_{pc} M_{yc} - F_L S_{xc}) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right] \leq M_p$$

- Compression FLB (Slender Flange)
 - Flexure Strength

$$M_n = \frac{0.9 E k_c S_x}{\lambda^2}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}}$$

(k_c shall not be less than 0.35 and not greater than 0.76)



جان غیر فشرده:

- Tension Flange Yielding $S_{xt} < S_{xc}$
 - Flexure Strength

$$M_n = R_{pt} M_{yt} = R_{pt} F_y S_{xt}$$

R_{pt} = web plastification factor to the tension flange yielding limit

- (a) $h_c/t_w \leq \lambda_{pw}$
- (b) $h_c/t_w > \lambda_{pw}$

$$R_{pt} = M_p/M_{yt}$$

$$R_{pt} = \left[\frac{M_p}{M_{yt}} - \left(\frac{M_p}{M_{yt}} - 1 \right) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}} \right) \right] \leq \frac{M_p}{M_{yt}}$$



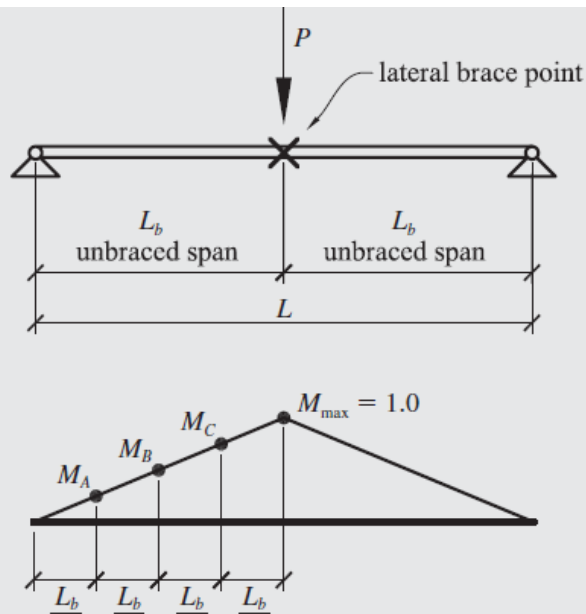
مقاطع ناودانی:

برای مقاطع ناودانی می توان به طور تقریبی (حداکثر ۶٪ خطا) از ضوابط مقاطع ا شکل استفاده کرد.

سایر مقاطع :

برای سایر موارد مانند مقاطع با جان لاغر ، مقاطع قوطی شکل ، مقاطع لوله ای ، مقاطع سپری و زوج نبشی ، مقاطع تک نبشی و مقاطع توپر دایره ای و چهارگوش به مبحث دهم مقررات ملی ساختمانی ایران مراجعه شود.

- مثال: ضریب C_b را برای تیر نشان داده شده بدست آورید.



$$\begin{aligned}
 C_b &= \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3.0 \\
 &= \frac{12.5(1.0)}{2.5(1.0) + 3(0.25) + 4(0.5) + 3(0.75)} (1.0) \leq 3.0 \\
 &= 1.67
 \end{aligned}$$



مثال – تغییرات ظرفیت خمشی IPE33:

$$L_p = 1.76r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 * 3.55 \sqrt{\frac{2e6}{2400}} = 180 \text{ cm}$$

$$M_p = ZF_y = 804 * 2400 / 1e5 = 19.3 \text{ tm}$$

$$L_r = 1.95r_{tz} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y S_x h_o}{E Jc} \right)^2}}$$

$$r_{tz}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x}$$

$$I_y = 788 \quad C_w = 214533 \quad S_x = 713 \quad J = 28.1 \quad h_o = 33 - 1.15 = 31.85 \quad C = 1 \quad r_{st} = 4.27$$

$$L_r = 607 \quad M_r = 0.7 F_y S_x / 1e5 = 11.98 \text{ tm}$$



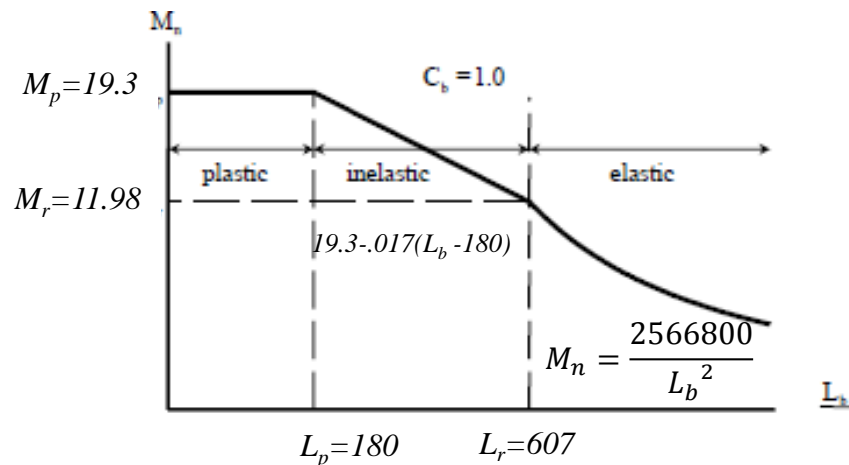
مثال - تغییرات تنش مجاز IPE33:

$$F_{ct} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}$$

$$F_{cr} = \frac{1\pi^2 * 2e6}{\left(\frac{L_b}{4.27}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{28.1 * 1}{713 * 31.85} \left(\frac{L_b}{4.27}\right)^2} = \frac{36e7}{L_b^2} \sqrt{1 + 5.29e - 6 L_b^2}$$

$$F_{cr} \approx \frac{36e7}{L_b^2}$$

$$M_n = S_x F_{cr} = \frac{2566800}{L_b^2}$$



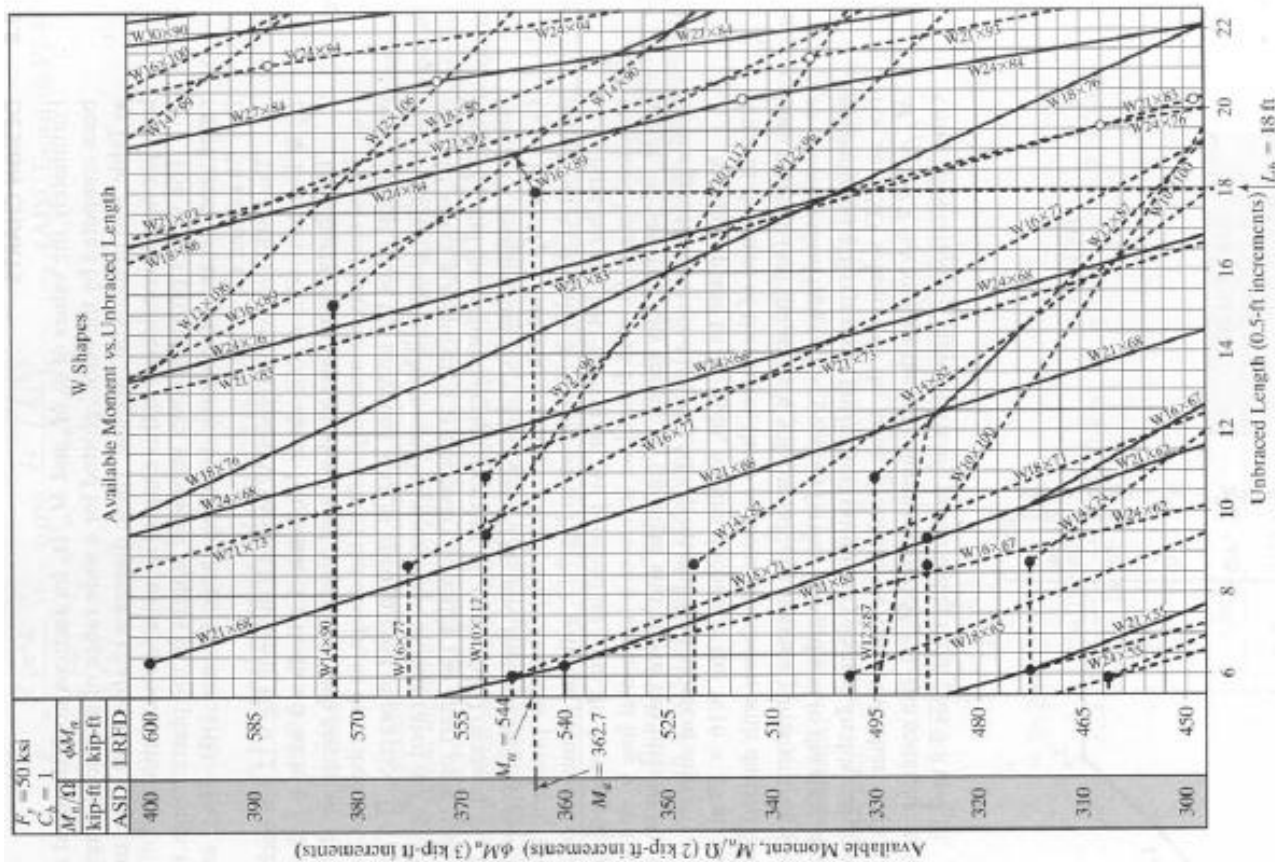
فصل پنجم - اعضای خمشی

تیرهای مهار نشده

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



نمودارهای طراحی :



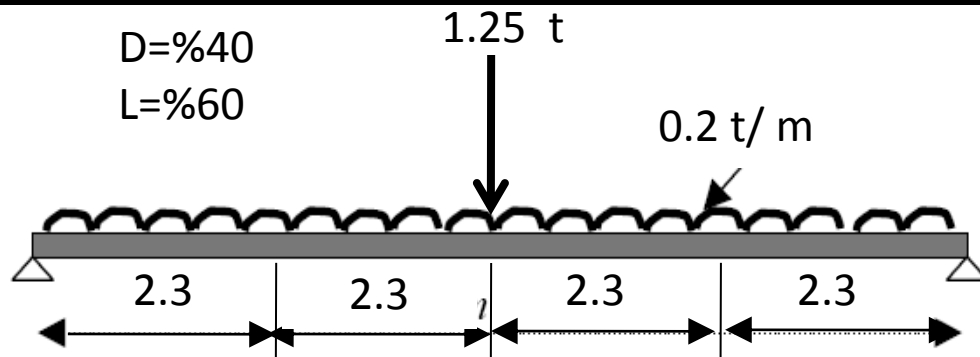
فصل پنجم - اعضای خمشی

تیرهای مهار نشده

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال :



IPE=?

$$M_{umax} = (1.25 * 4 + 1.5 * .6) * (200 * 9.2^2 / 8 + 1250 * 9.2 / 4) = 6987 \text{ kg. m}$$

$$M_n = M_p = Z f_y \quad \text{فرض}$$

$$Z = M_{umax} / 0.9 f_y = 698700 / .9 / 2400 = 323 \text{ cm}^3 \quad \text{USE IPE240} \quad Z_x = 367 \quad \text{مقطع فشرده است}$$

$$L_p = 1.76 r_y (E / F_y)^{0.5} = 1.76 * 2.7 (2e6 / 2400)^{0.5} = 137 < 230 \quad \text{N.G} \quad \text{کنترل جاری شدن}$$

$$J = 13 \quad S_x = 324 \quad h = 24 - \quad C_w = I_y h^2 / 4 = 284 * 24^2 / 2 = 40896 \quad \text{کنترل کمانش غیر الاستیک}$$

$$0.98 = 23.02 \quad c = 1$$

$$r_{st}^2 = \sqrt{I_y C_w / S_x} = \sqrt{284 * 40896 / 324} = 10.5 \quad r_{st} = 3.24$$



$$L_r = 1.95 r_f \frac{E}{F_L} \sqrt{\frac{J}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{F_L S_x h_o}{E J} \right)^2}}$$

$$L_r = 444 > 230$$

$$M_n = C_b \left[M_p \left(M_p - 0.7 F_y S_x \right) \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] = 7.88 > \frac{M_u}{.9} = 7.75 \text{ t.m} \quad O.K.$$

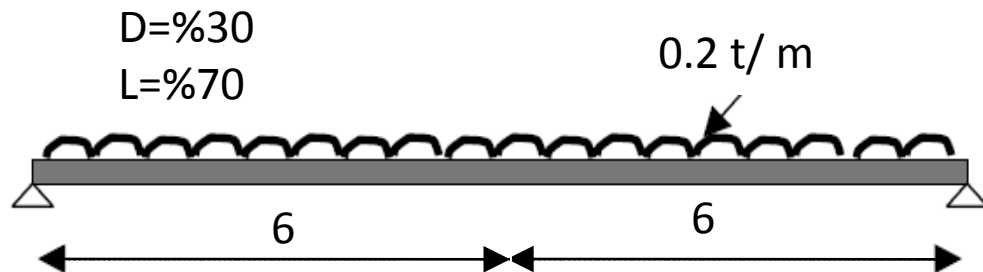
$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{12}{2 * 0.98} = 6.1 < 11 \quad OK$$

کنترل فشردگی

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{24 - 2 * .98}{0.62} = 36 < 40 \quad OK$$



مثال :



IPE=?

$$M_{\text{umax}} = (1.25 \cdot 3 + 1.5 \cdot 7) \cdot (200 \cdot 12^2 / 8) = 5130 \text{ kg. m}$$

$$Z_x = 513000 / 0.9 / 2400 = 237.50 \text{ cm}^3 \text{ IPE220 } Z_x = 285$$

$$L_p = 1.76 r_y (E/F_y)^{0.5} = 1.76 \cdot 2.48 (2e6 / 2400)^{0.5} = 126 < 600 \text{ NG}$$

$$C_w = I_y h^2 / 4 = 205 \cdot 22^2 / 4 = 24805 \quad J = 9.03 \quad S_x = 252 \quad h = 22 - 0.92 = 21.08 \quad c = 1$$

$$r_{st}^2 = \sqrt{I_y C_w / S_x} = \sqrt{205 \cdot 24805 / 252} = 8.95 \quad r_{st} = 2.99$$

$$L_r = 1.95 r_t \frac{E}{F_L} \sqrt{\frac{J}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{F_L S_x h_o}{E J} \right)^2}}$$

$$L_r = 463 < 600 \text{ NG}$$

مقطع فشرده است

کنترل جاری شدن

کنترل کمانش غیر الاستیک



تیرهای مهار نشده

کنترل کمانش الاستیک

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{st}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{Jc}{S_x h_0} \left(\frac{L_b}{r_{st}}\right)^2}$$

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C}$$

$$C_b = \frac{12.5 * 5130}{2.5 * 5130 + 3 * 2244 + 4 * 3847 + 3 * 4809} = 1.3$$

$$F_{cr} = \frac{1.3 \pi^2 * 2e6}{\left(\frac{600}{2.99}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{9.03 * 1}{252 * 21.08} \left(\frac{600}{2.99}\right)^2} = 1615$$

$$M_n = F_{cr} S_x = 1615 * 252/100 = 4069.8 \ll \frac{M_u}{0.9} = \frac{5130}{0.9} = 5700 \text{ NG}$$

$$IPE240 \quad J=13 \quad I_y = 284 \quad C_w = 40896 \quad S_x = 324 \quad r_{st} = 3.24$$

$$F_{cr} = 1780$$

$$M_n = F_{cr} S_x = 1780 * \frac{324}{100} = 5769 > \frac{M_u}{0.9} = \frac{5130}{0.9} = 5700 \text{ OK}$$

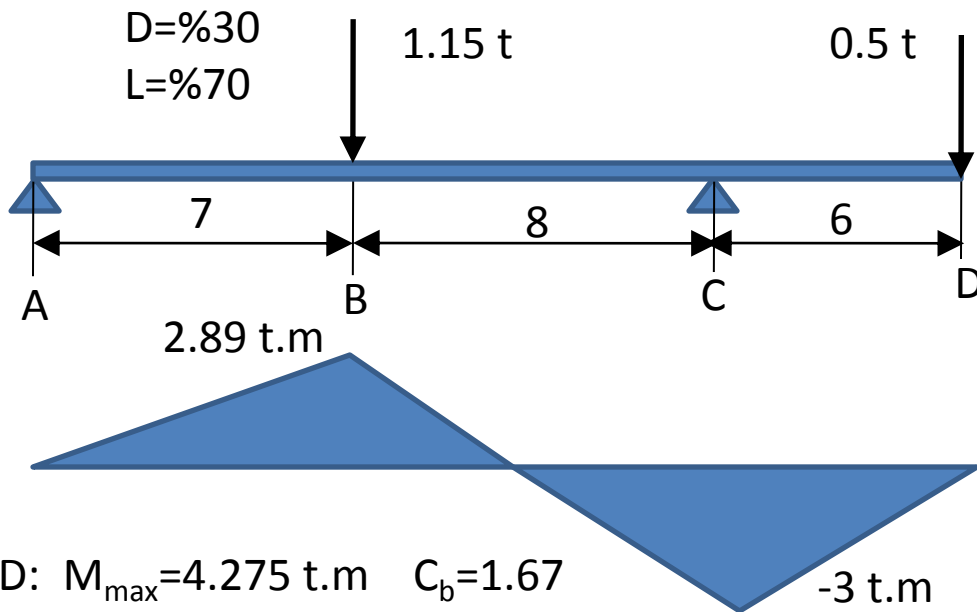
فصل پنجم - اعضای خمشی

تیرهای مهار نشده

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال :



$$M_{u+} = 2.89(1.25 \cdot 0.3 + 1.5 \cdot 0.7) = 4.119$$

$$M_{u-} = 3.0(1.25 \cdot 0.3 + 1.5 \cdot 0.7) = 4.274$$

$$Z_x = 427400 / 9 / 2400 = 198 \text{ cm}^3$$

$$\text{USE IPE22 } Z_x = 285 \text{ cm}^3$$

مقطع فشرده است

$$CD: M_{\max} = 4.275 \text{ t.m} \quad C_b = 1.67$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{E/F_y} = 1.76 \cdot 2.48 \sqrt{2000000/2400} = 126 < 600 \text{ N.G.}$$

$$C_w = 24805 \quad J = 9.05 \quad h_0 = 21.08 \quad S_x = 252 \quad c = 1 \quad r_{st} = 2.99 \quad L_r = 463 < 600$$

$$F_{cr} = \frac{1.67 \pi^2 \cdot 2e6}{\left(\frac{600}{2.99}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{9.03 \cdot 1}{252 \cdot 21.08} \left(\frac{600}{2.99}\right)^2} = 2074 \quad M_n = 2074 \cdot \frac{252}{100} = 5228 > \frac{4275}{9} = 4750 \text{ OK}$$



ادامه مثال :

$$BC: M_2=3 \quad M_1=2.89 \quad C_b=1.75+1.05*2.89/3+0.3(2.89/3)^2=3.04>2.3 \quad C_b=2.3$$

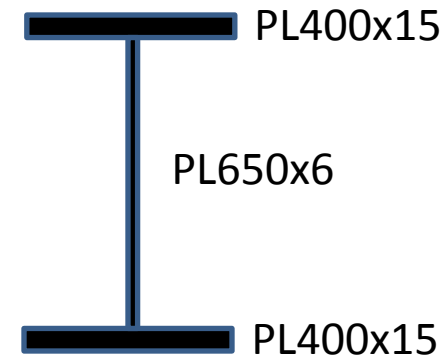
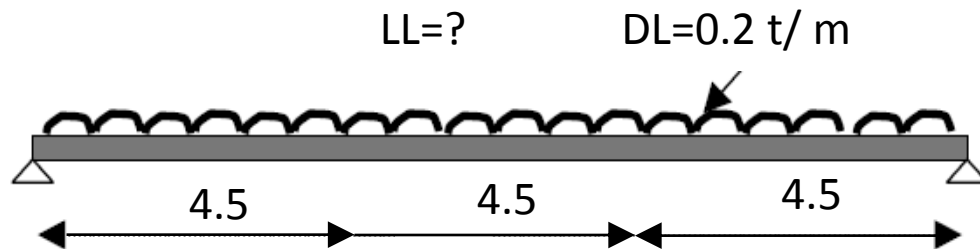
$$F_{cr} = \frac{2.3\pi^2 * 2e6}{\left(\frac{800}{2.99}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{9.03*1}{252*21.08} \left(\frac{800}{2.99}\right)^2} = 2054 \quad M_n = 2054 * \frac{252}{100} = 5176 > \frac{4275}{.9} = 4750 \text{ OK}$$

$$AB: M=2.89 \quad C_b=1.75 \quad L=7 \text{ m}$$

$$F_{cr} = \frac{1.75\pi^2 * 2e6}{\left(\frac{700}{2.99}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{9.03*1}{252*21.08} \left(\frac{700}{2.99}\right)^2} = 1814 \quad M_n = 1814 * \frac{252}{100} = 4571 < \frac{4275}{.9} = 4750 \text{ NG}$$

$$\text{USE IPE24} \quad Z_x=367 \text{ cm}^3 \quad C_w=40896 \quad J=13 \quad h_0=23.02 \quad S_x=324 \quad c=1 \quad r_{st}=3.24$$

$$F_{cr} = \frac{1.75\pi^2 * 2e6}{\left(\frac{700}{3.24}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{13 * 1}{324 * 23.02} \left(\frac{700}{3.24}\right)^2} = 2006 \quad M_n = 2006 * \frac{324}{100} = 6498 > \frac{4275}{.9} \\ = 4750 \text{ OK}$$



$$A=159 \quad I_x=146421 \quad S_x=4244 \quad I_y=16001 \quad r_y=10.03$$

$$J=94.7 \quad C_w=18497156 \quad h_0=66.5 \quad r_{st}=11.3 \quad Z_x=4624$$

$$L_p=1.76r_y\sqrt{E/F_y}=1.76*10.03\sqrt{2000000/2400}=510 > 450 \quad \text{OK.}$$

$$\lambda_f = 200/15 = 13.3 > \lambda_{pf} = .38\sqrt{E/F_y} = 11 \quad \text{غیر فشرده}$$

$$\lambda_f = 200/15 = 13.3 < \lambda_{rf} = .76\sqrt{E/F_y} = 22$$

$$\lambda_w = 650/6 = 108 = 3.76\sqrt{E/F_y} = 108 \quad \text{فشرده}$$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right] \quad M_p = 11.1 \quad M_r = 7.13$$

$$M_n = 1 \left[11.1 - (11.1 - 7.13) \frac{13.3 - 11}{22 - 11} \right] = 10.3 \text{ tm}$$

$$q_u = \frac{0.9*8M_n}{L^2} = 0.407 \text{ t/m} = 1.25DL + 1.5LL \quad LL = 0.105 \text{ t/m}$$

فصل پنجم - اعضای خمشی

تیرهای مهار نشده

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد



مثال :

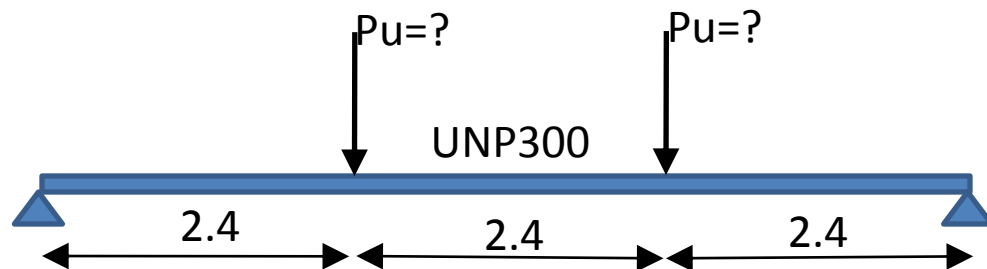
$$F_y = 3600$$

$$\text{UNP300: } Z_x = 647 \quad S_x = 535$$

$$Z_x = 647 \quad I_y = 494 \quad r_y = 2.9$$

$$J = 36.2 \quad t_f = 1.6 \quad t_w = 1$$

مقطع فشرده است



$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{E/F_y} = 120 < 240$$

$$C_w = 45067 \quad h_0 = 28.4 \quad C = h_0 / 2 (\sqrt{I_y/C_w}) = 1.49 \quad r_{ts}^2 = (\sqrt{I_y C_w}) / S_x = 8.8 \quad r_{st} = 2.97$$

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \left(\frac{0.7 F_y S_x h_o}{E Jc} \right)^2}} \quad L_r = 421 > 240$$

$$M_p = Z_x F_y = 23.3 \text{ tm}$$

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 F_y S_x) \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right] = 1 \left[23.3 - (23.3 - 13.5) \frac{240 - 120}{421 - 120} \right] = 19.4 \text{ tm}$$

$$P_u = \frac{\phi M_n}{2.4} = 7.16 \text{ ton}$$



خمش حول محور ضعیف :

الف: جاری شدن مقطع فشرده

$$M_n = M_p = F_y Z_y \leq 1.6 F_y S_y$$



ب: کمانش موضعی بال

ب-۱: بال غیر فشرده

$$M_n = M_p - (M_p - 0.7F_y S_y) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right)$$

ب-۲: بال لاغر

$$M_n = M_{cr} = F_{cr} S_y \quad F_{cr} = \frac{0.69E}{\left(\frac{b_f}{2t_f} \right)}$$

سازه های فولادی ۱



فصل ششم

اعضای فشاری – خمشی



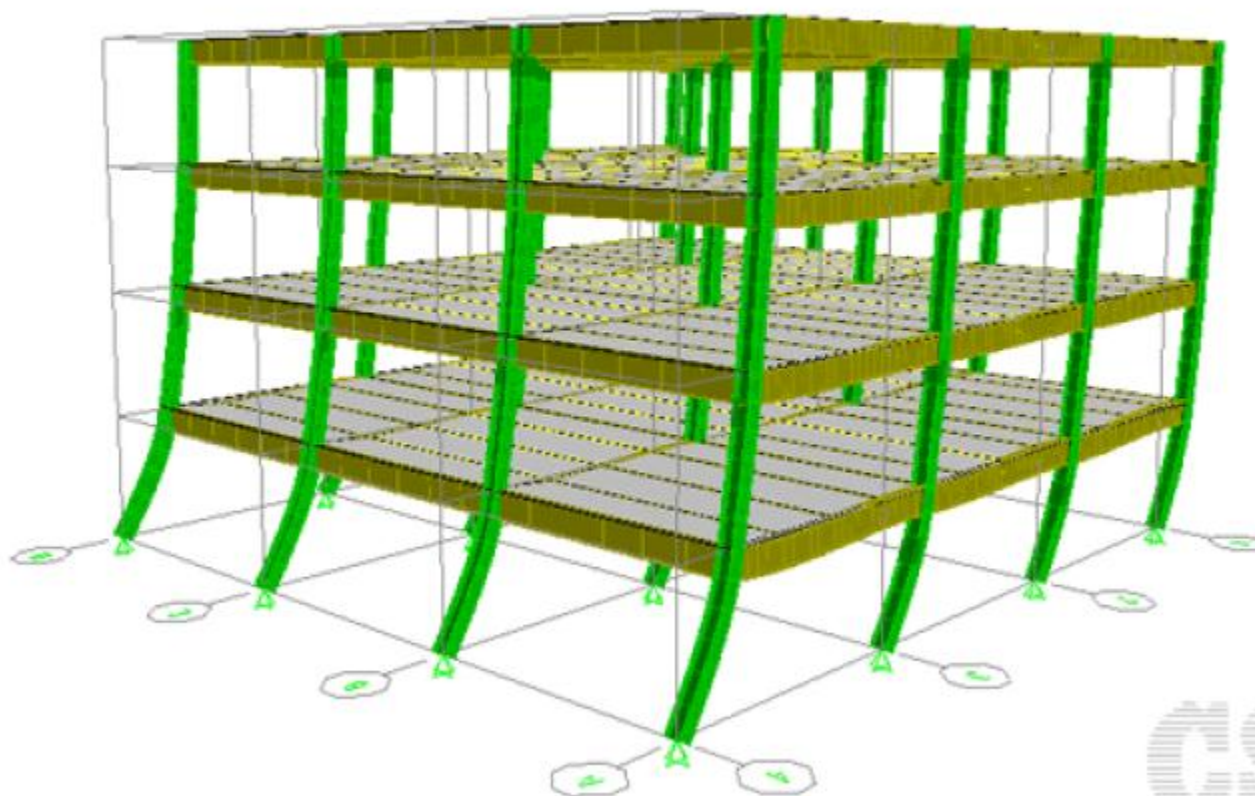
مقدمه

■ اعضای فشاری خمشی یا تیرستون ها به اعضایی گفته می شود که به طور همزمان تحت اثر نیروهای محوری و خمشی قرار دارند .

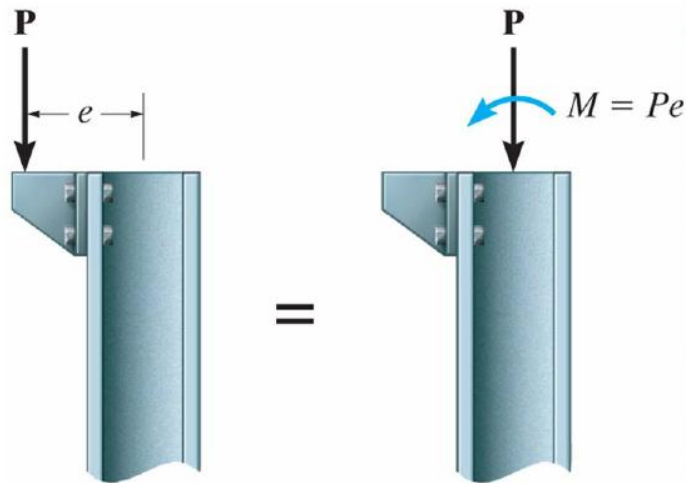
■ انواع تیر ستون ها:

- ستون های قاب های خمشی
- بارهای خارج از مرکز در ستون ها
- ستون هایی که تحت اثر بارهای جانبی مانند باد قرار دارند
- تیرهایی که تحت اثر نیروی محوری قرار دارند مانند تیرهای قاب های شیب دار.

ستون های قاب های خمشی



CSI



بارهای خارج از مرکز در ستون ها





■ رفتار تیر ستون ها:

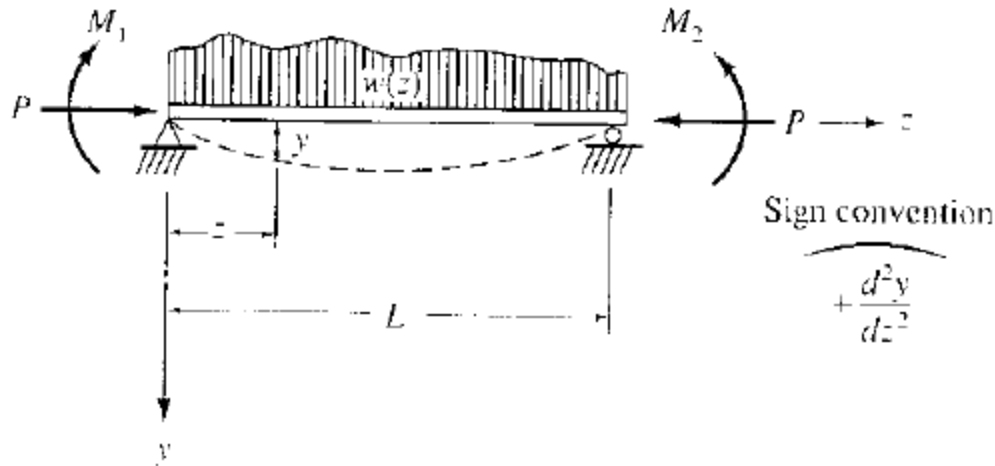
رفتار تیر ستون ها تر کببب از رفتار ستون ها و تیرها است.

■ حالت های مختلف خرابی تیر ستون ها:

- کشش و خمشی : جاری شدن کششی
- فشار و خمش تک محوری: کمانش در صفحه خمش
- فشار و خمش حول محور قوی: کمانش جانبی پیچشی
- فشار و خمش دومحوری: کمانش در یک صفحه خمشی و یا کمانش خمشی پیچشی
- فشار ، خمش دومحوری و پیچش : کمانش جانبی پیچشی



معادله دیفرانسیل حاکم:



$$\frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{P}{EI} y = -\frac{M_i}{EI}$$

$$\frac{d^2 M_z}{dz^2} + k^2 M_z = \frac{d^2 M_i}{dz^2}$$

$$k^2 = P/EI$$

$$M_z = A \sin kz + B \cos kz + f_1(z)$$



حل معادله دیفرانسیل:
لنگر دو انتها بدون جابجایی نسبی

$$M_z = \left(\frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sin kL} \right) \sin kz + M_1 \cos kz$$

$$M_{z \max} = \sqrt{\left(\frac{M_2 - M_1 \cos kL}{\sin kL} \right)^2 + M_1^2}$$

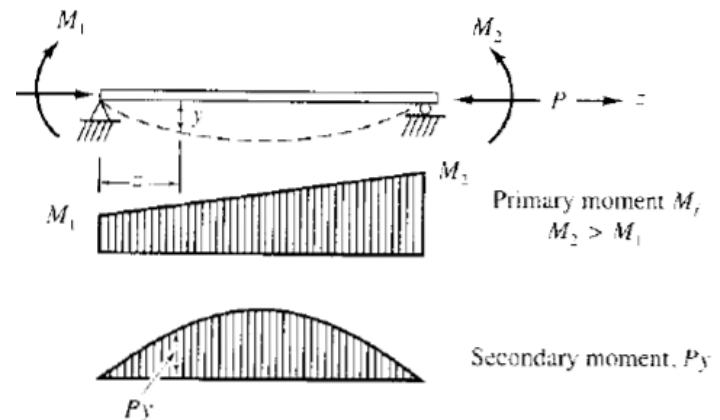
$$= M_2 \sqrt{\frac{1 - 2(M_1/M_2) \cos kL + (M_1/M_2)^2}{\sin^2 kL}}$$

$$M_1 = M_2 = M$$

$$M_{z \max} = M \sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{\sin^2 kL}}$$

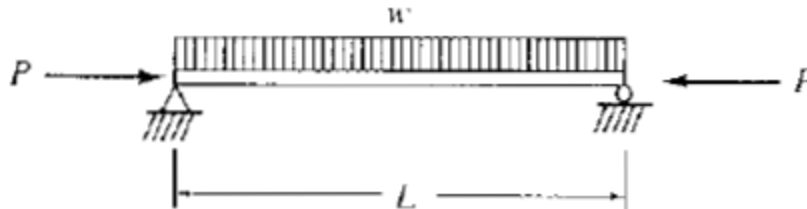
$$= M \sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{1 - \cos^2 kL}} = M \left(\frac{1}{\cos kL/2} \right)$$

$$= M \sec \frac{kL}{2}$$





حل معادله دیفرانسیل:
تیر ساده تحت اثر بار یکنواخت



$$\begin{aligned}
 M_{\max} &= \frac{w}{k^2} \sqrt{\left(\frac{1 - \cos kL}{\sin kL}\right)^2 + 1} - \frac{w}{k^2} \\
 &= \frac{w}{k^2} \left(\sec \frac{kL}{2} - 1\right) \\
 &= \frac{wL^2}{8} \underbrace{\left(\frac{8}{(kL)^2}\right)}_{\text{magnification factor due to axial compression}} \left(\sec \frac{kL}{2} - 1\right)
 \end{aligned}$$



روش تقریبی ضرائب تشدید لنگر

$$y_1 = \frac{P}{EI} (y_1 + \delta_0) \left(\frac{L}{2}\right) \frac{2}{\pi} \left(\frac{L}{\pi}\right) = (y_1 + \delta_0) \frac{PL^2}{\pi^2 EI}$$

$$y_1 = (y_1 + \delta_0) \frac{P}{P_e} \quad P_e = \pi^2 EI / L^2$$

$$y_1 = \delta_0 \left[\frac{P/P_e}{1 - P/P_e} \right] = \delta_0 \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)$$

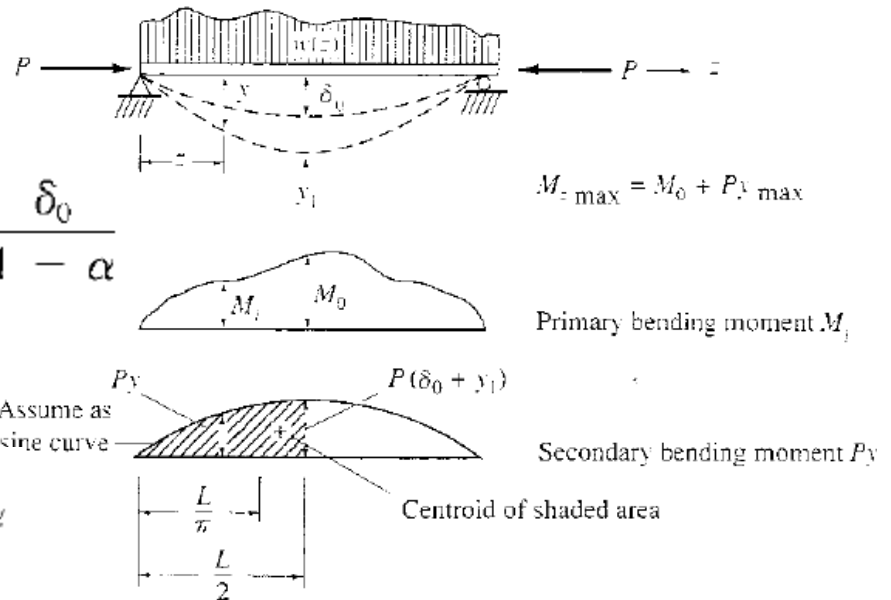
$$\alpha = P/P_e$$

$$y_{\max} = \delta_0 + y_1 = \delta_0 + \delta_0 \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) = \frac{\delta_0}{1 - \alpha}$$

$$M_{z \max} = M_0 + P y_{\max}$$


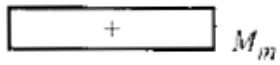
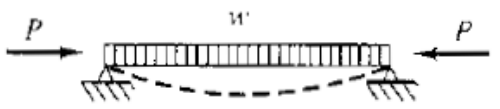
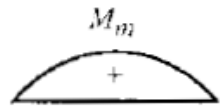
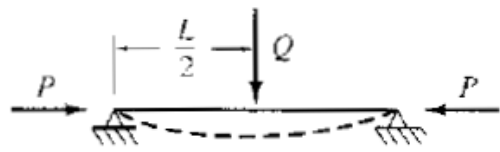
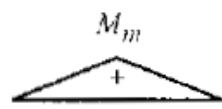
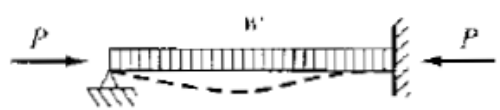

$$M_{z \max} = M_0 B_1$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha} \quad C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \delta_0}{M_0 L^2} - 1 \right) \alpha$$





ضرائب تشدید لنگر برای حالت های مختلف بدون جابجایی نسبی $C_{m} = 1 + \psi\alpha$

Case	C_m (positive) moment)	C_m (negative) moment)	Primary Bending Moment
	$1 + 0.2\alpha^2$	—	
	1.0	—	
	$1 - 0.2\alpha$	—	
	$1 - 0.3\alpha$	$1 - 0.4\alpha$	



ضرائب تشدید لنگر برای حالت های مختلف بدون جابجایی نسبی

$$C_m = 1 + \psi\alpha$$

5		$1 - 0.4\alpha$	$1 - 0.4\alpha$	
6		$1 - 0.4\alpha$	$1 - 0.3\alpha$	
7		$1 - 0.6\alpha$	$1 - 0.2\alpha$	
8		Eq. (12.3.8)	not available	



ضریب تشدید لنگر برای بار گسترده یکنواخت

$$B_1 = \text{magnification factor} = \frac{2}{(kL/2)^2} \left(\sec \frac{kL}{2} - 1 \right)$$

$$\frac{kL}{2} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\alpha}$$

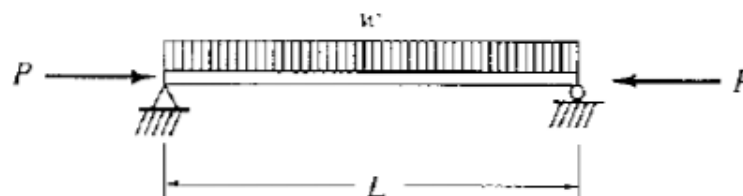
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha}$$

$$\delta_0 = \frac{5wL^4}{384EI}; \quad M_0 = \frac{wL^2}{8}$$

$$\frac{\delta_0}{M_0} = \frac{5L^2}{48EI}$$

$$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI}{L^2} \frac{5L^2}{48EI} - 1 \right) \alpha = 1 + 0.028\alpha$$

$$B_1 = \frac{1 + 0.028\alpha}{1 - \alpha}$$



α	$\sec kL/2$	Eq. (a)	Eq. (b)
0.1	1.137	1.114	1.114
0.2	1.310	1.257	1.257
0.3	1.533	1.441	1.441
0.4	1.832	1.686	1.685
0.5	2.252	2.030	2.028
0.6	2.884	2.546	2.542
0.7	3.941	3.405	3.399
0.8	6.058	5.125	5.112
0.9	12.419	10.284	10.253



ضریب تشدید لنگر برای برای لنگر دو انتها

$$M_{z \max} = M_2 \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2)\cos kL + 1}{\sin^2 kL}}$$

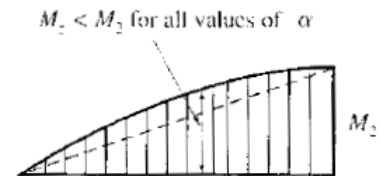
$$M_{z \max} = M \sqrt{\frac{2(1 - \cos kL)}{\sin^2 kL}} \quad M = M_E$$

$$M_E = M_2 \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2)\cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}}$$

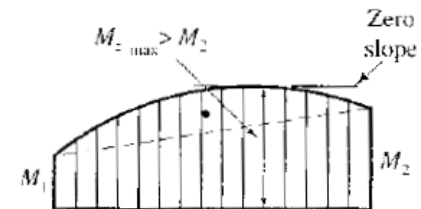
$$M_{z \max} = M_E \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right) \quad M_{z \max} = C_m M_2 \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right)$$

$$C_m = M_E / M_2$$

$$= \sqrt{\frac{(M_1/M_2)^2 - 2(M_1/M_2)\cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}}$$



(a) Maximum moment at ends



(b) Maximum moment *not* at ends

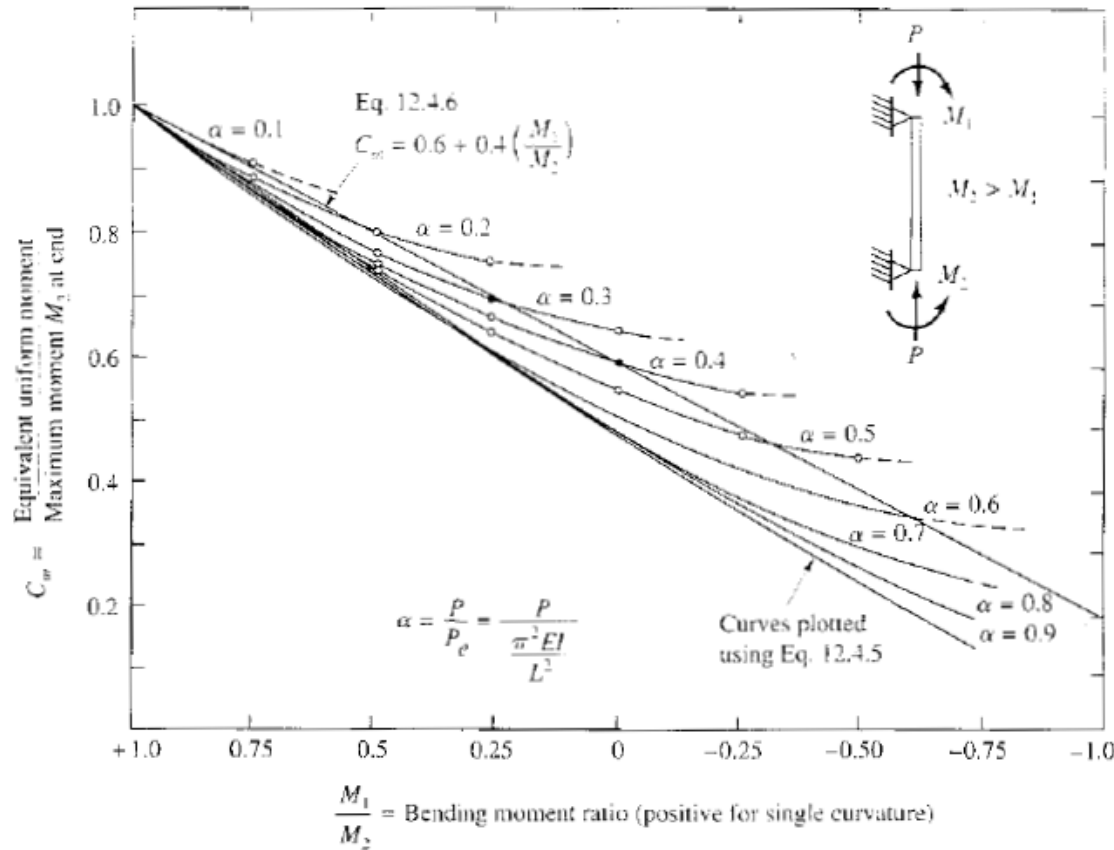


(c) Equivalent uniform moment with maximum magnified moment at midspan



ضریب تشدید لنگر برای دو انتهای لنگر دو انتها

12.5 MOMENT MAGNIFICATION—MEMBERS WITH SIDESWAY POSSIBLE



مقایسه رابطه دقیق و تقریبی

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$



ضریب تشدید لنگر برای جابجایی نسبی دو انتها

$$M_{\max} = M_0 B = M_0 \left(\frac{C_m}{1 - \alpha} \right)$$

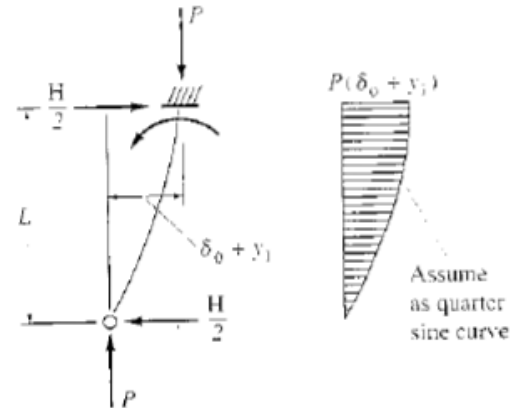
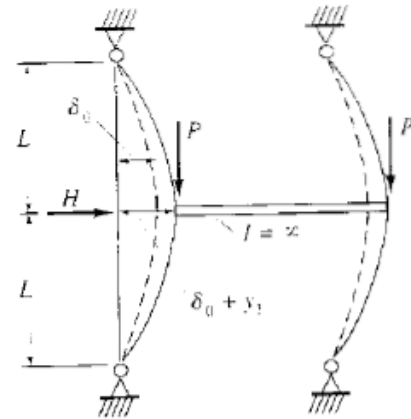
$$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI \delta_0}{4L^2 M_0} - 1 \right) \alpha$$

$$\delta_0 = \frac{(H/2)L^3}{3EI}$$

$$M_0 = \frac{HL}{2}$$

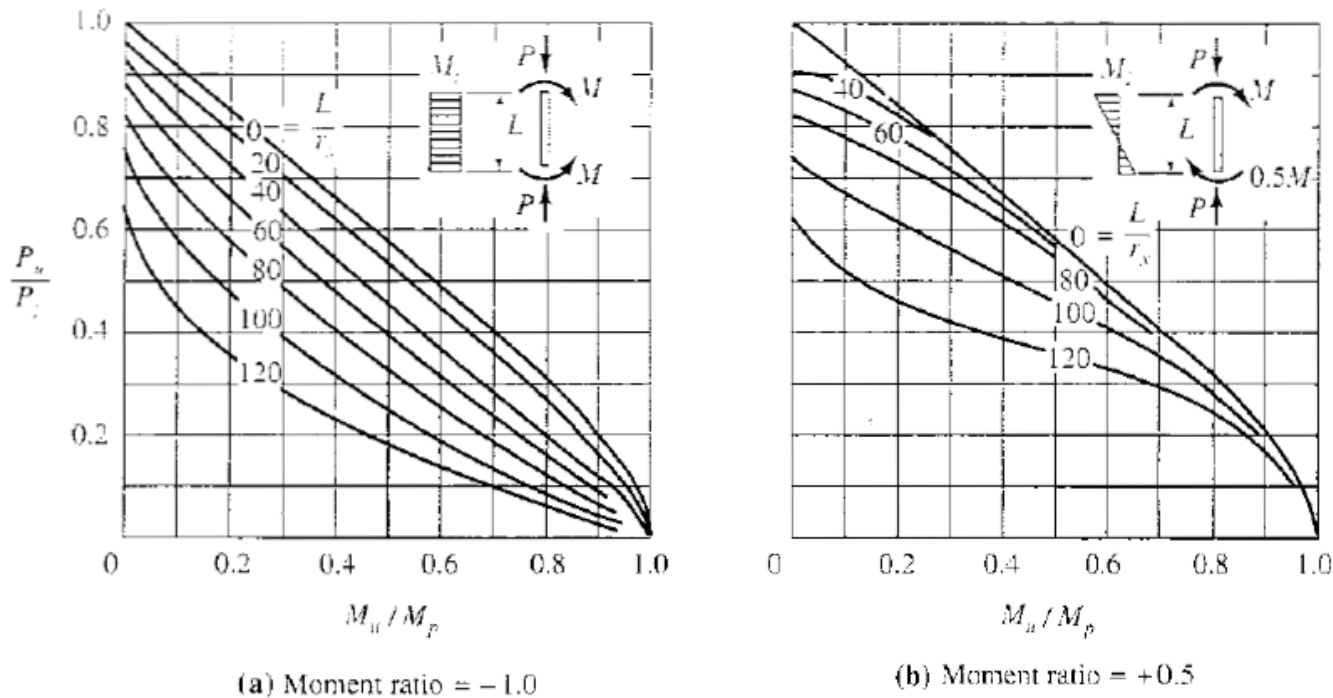
$$C_m = 1 + \left[\frac{\pi^2 EI}{4L^2} \left(\frac{HL^3}{6EI} \right) \left(\frac{2}{HL} \right) - 1 \right] \alpha$$

$$C_m = 1 + \left(\frac{\pi^2}{12} - 1 \right) \alpha = 1 - 0.18\alpha$$





مقاومت نهایی تیر ستون ها با احتساب تنش های پس ماند



نمونه ای از نمودارهای مقاومت نهایی تیر ستون ها برای پروفیل W8x31 و $F_y=2.4$ و $F_r=0.3F_y$ (تنش پس ماند)



روابط پیشنهادی اندر کنش نیروی محوری و لنگر خمشی

الف : تسلیم بدون کمانش

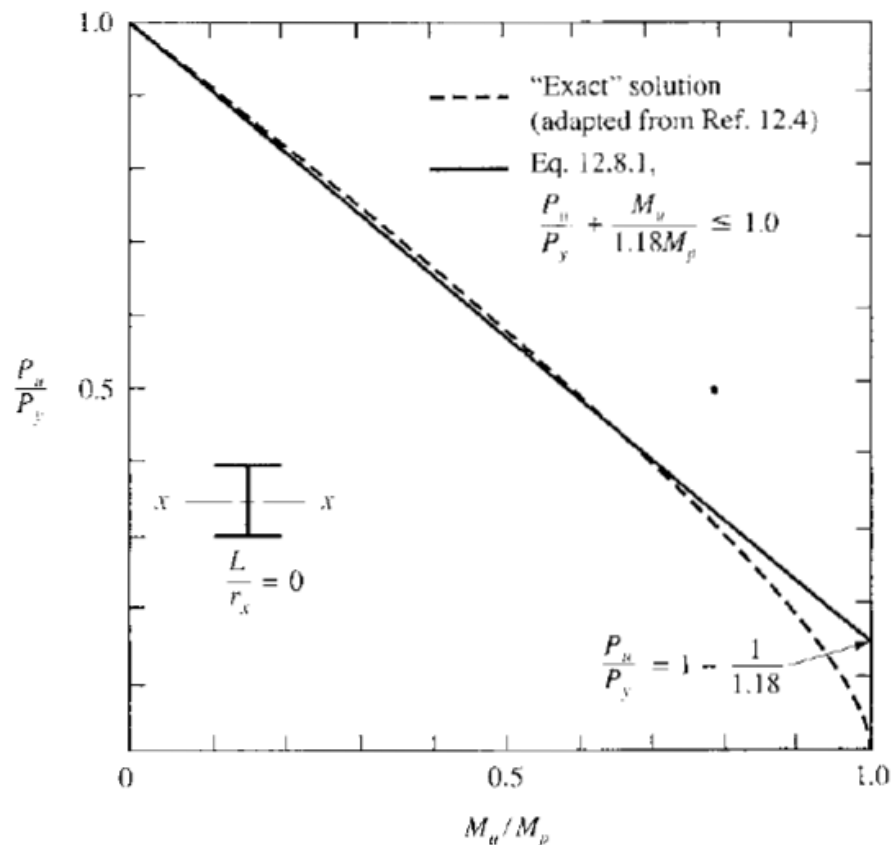
$$\frac{P_u}{P_y} + \frac{M_u}{1.18M_p} = 1.0$$

P_u و M_u : نیروی محوری و لنگر خمشی نهایی

P_y : نیروی جاری شدن مقطع

M_p : لنگر پلاستیک مقطع

مقایسه رابطه دقیق با رابطه پیشنهادی
برای نمونه ای از یک مقطع فولادی





روابط پیشنهادی اندر کنش نیروی محوری و لنگر خمشی

ب: کمانش در صفحه خمش

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{C_m M_{ui}}{M_p(1 - P_u/P_e)} = 1.0$$

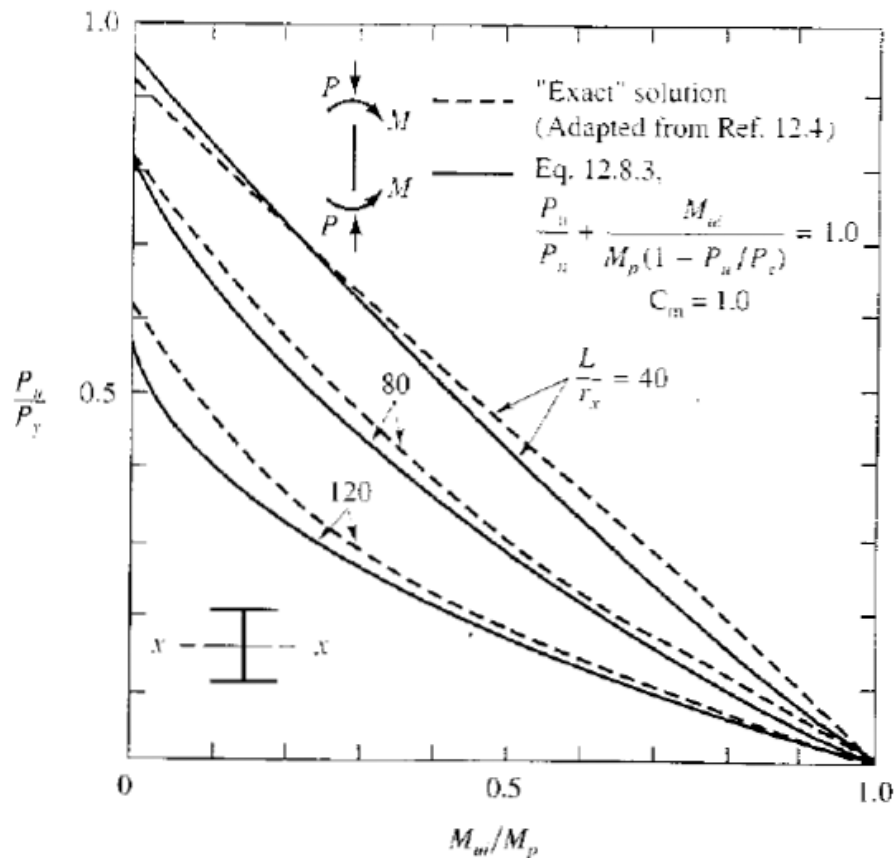
P_u و M_u : نیروی محوری و لنگر خمشی نهایی

P_n : نیروی بحرانی کمانش در صفحه خمش

M_p : لنگر پلاستیک مقطع

P_e : نیروی بحرانی کمانش اولر

مقایسه رابطه دقیق با رابطه پیشنهادی
برای نمونه ای از یک مقطع فولادی





روابط پیشنهادی اندر کنش نیروی محوری و لنگر خمشی

ج : کمانش جانبی پیچشی

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_{ui} C_m}{M_n (1 - P_u/P_e)} = 1.0$$

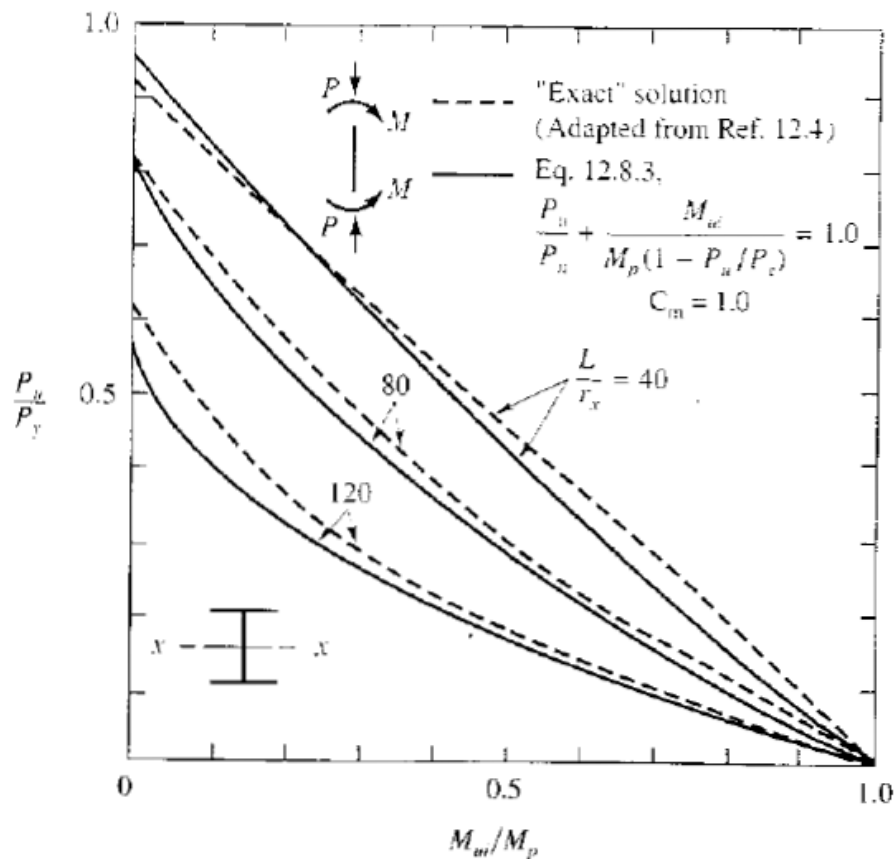
P_u و M_u : نیروی محوری و لنگر خمشی نهایی

P_n : نیروی بحرانی کمانش ستون

M_n : لنگر بحرانی کمانش جانبی-پیچشی

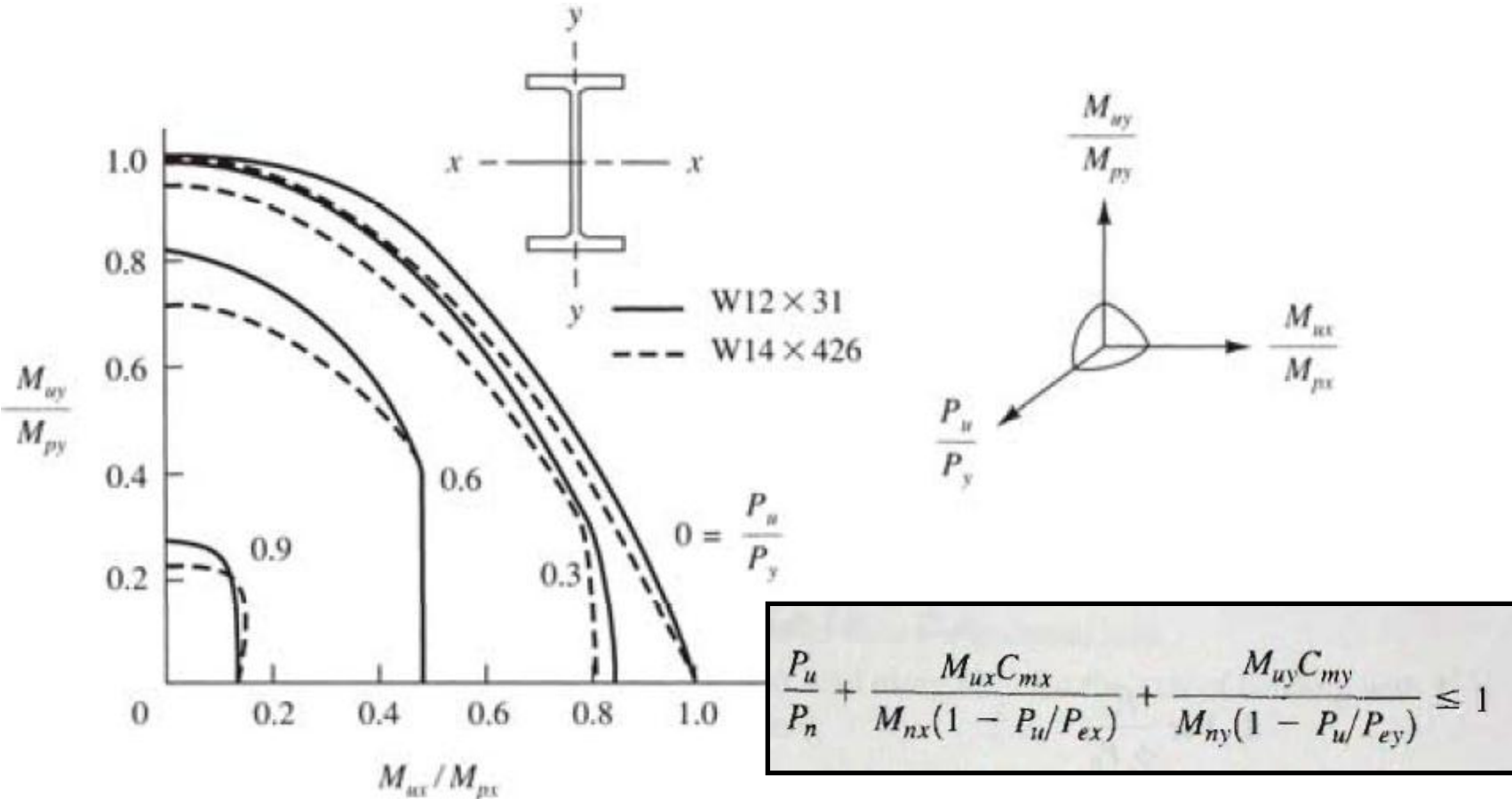
P_e : نیروی بحرانی کمانش اولر

مقایسه رابطه دقیق با رابطه پیشنهادی
برای نمونه ای از یک مقطع فولادی





روابط پیشنهادی اندر کنش نیروی محوری و خمش دو محوره





روابط اندر کنش آیین نامه برای طراحی به روش حالت های حدی (خمش دو محوره):

الف - مقاطع با یک یا دو محور تقارن

$$\text{For } \frac{P_u}{\phi_c P_n} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

$$\text{For } \frac{P_u}{\phi_c P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0$$

P_u : نیروی محوری نهایی

M_{ux} و M_{uy} : لنگرهای خمشی نهایی با در نظر گرفتن اثرات مرتبه دوم

P_n : ظرفیت محوری

M_{nx} : ظرفیت خمشی حول محور X

M_{ny} : ظرفیت خمشی حول محور Y



روابط اندر کنش آیین نامه برای طراحی به روش حالت های حدی (خمش دو محوره):

ب - مقاطع نامتقارن در فشار و خمش

$$\left| \frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bw}}{F_{bw}} + \frac{f_{bz}}{F_{bz}} \right| \leq 1.0$$

f_a : تنش محوری نهایی

f_{bw} و f_{bz} : تنش های خمشی نهایی حول محورهای قوی و ضعیف

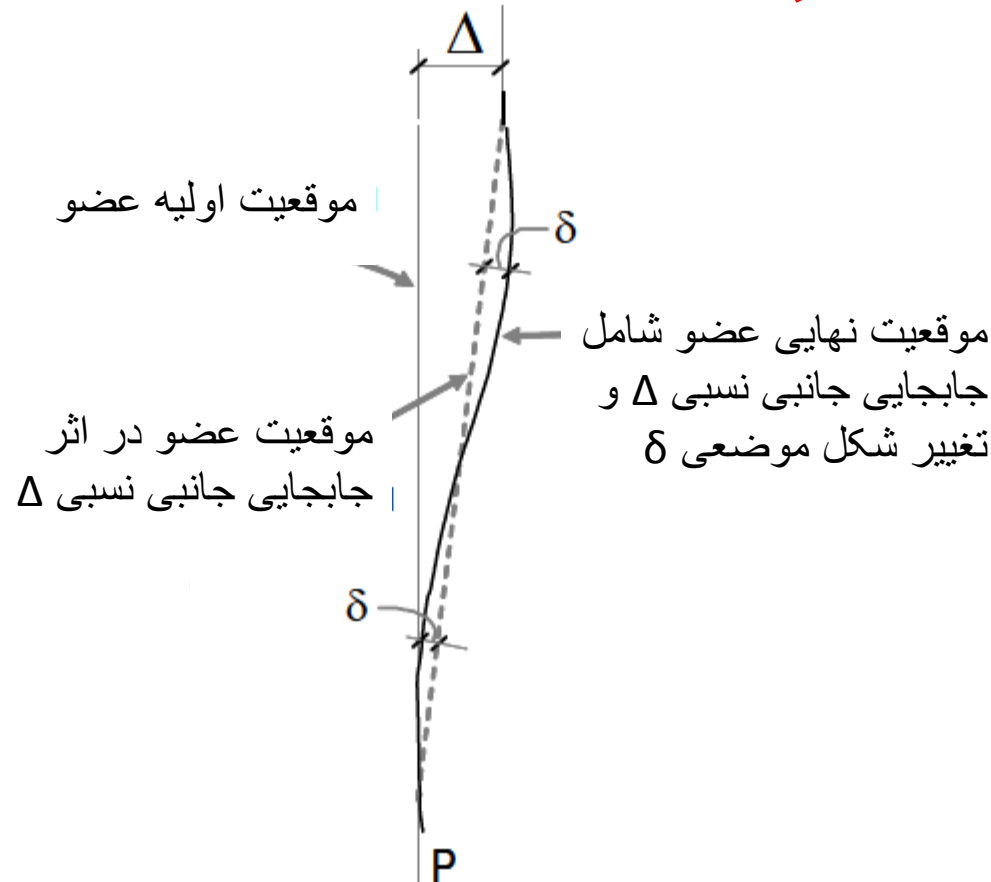
$F_a (\phi F_n)$: تنش طراحی محوری (کششی یا فشاری)

F_{bw} : تنش خمشی طراحی حول محور قوی

F_{bz} : تنش خمشی طراحی حول محور ضعیف

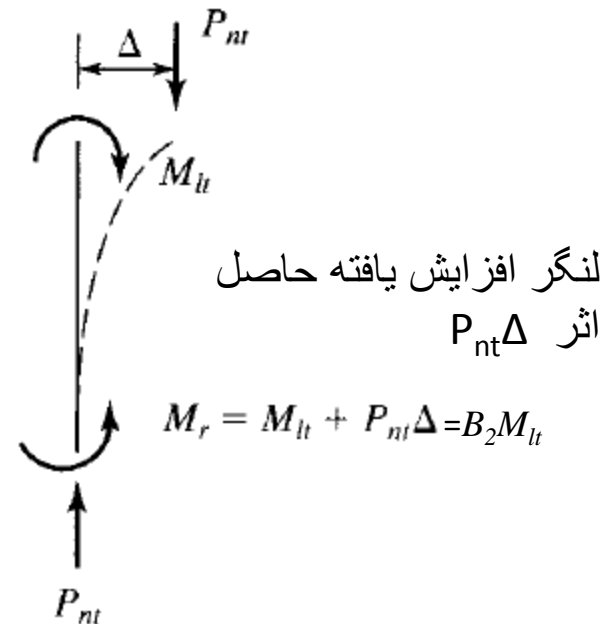
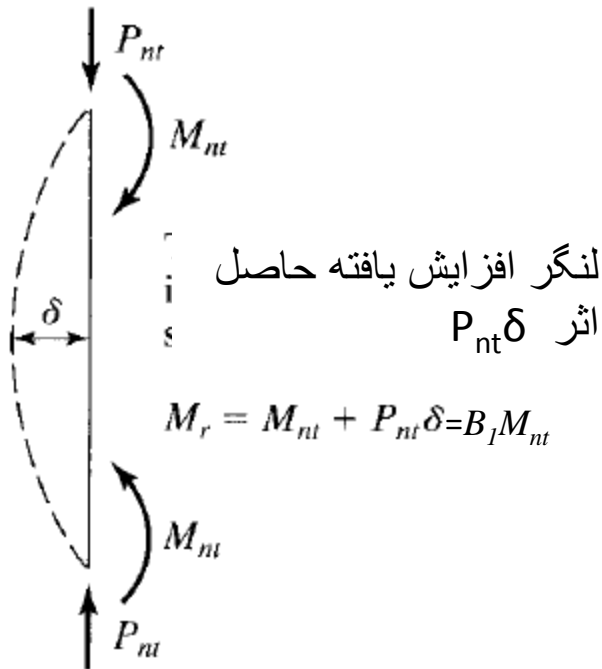


آثار مرتبه دوم (لنگرهای ثانویه):





آثار مرتبه دوم (لنگرهای ثانویه):





آثار مرتبه دوم (لنگرهای ثانویه):

الف - روش ضرائب تشدید لنگر

P_r : مجموع نیروی محوری بارهای ثقیلی و جانبی

M_{nt} : لنگرهای خمشی نهایی بارهای ثقیلی

M_{nl} : لنگرهای خمشی نهایی بارهای جانبی

$P_{e1} = \pi^2 E / (K_1 L)^2$: بار کمانشی اولر در حالت مهارشده

$\sum P_{e2} = \sum \pi^2 E / (K_2 L)^2$: بار کمانشی اولر ستون های طبقه

در قاب های مهارنشده

$\sum P_{e2} = R_M \sum HL / \Delta_H$ در همه سیستم های سازه ای

$\sum H$: برش طبقه

Δ_H : جابجایی نسبی حاصل از برش طبقه

$\alpha = 1$ برای طراحی به روش حدی

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{\alpha P_r}{P_{e1}}} \geq 1$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha \sum P_{nt}}{\sum P_{e2}}} \geq 1$$

If $B_1 \leq 1.05$, $M_r = B_2 (M_{nt} + M_{lt})$



C_m : ضریب هم مکانی لنگر در قاب های مهار شده

$$C_m = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0.4$$

انحنای مضاعف $\frac{M_1}{M_2} > 0$ ستون بدون بار جانبی

انحنای ساده $\frac{M_1}{M_2} < 0$

$$C_m = 1 + \psi \left(\frac{\alpha P_r}{P_{e1}} \right)$$

ستون با بار جانبی

$$\psi = \frac{\pi^2 \delta_0 EI}{M_0 L^2} - 1$$

δ_0 حداکثر تغییر شکل بار جانبی

M_0 حداکثر لنگر بار جانبی



آثار مرتبه دوم (لنگرهای ثانویه):

ب - تحلیل الاستیک مرتبه دوم (تحلیل غیر خطی هندسی - تحلیل P-Δ)

بجای استفاده از ضرائب تشدید لنگر اثر لنگر های ثانویه را می توان با استفاده از تحلیل الاستیک مرتبه دو که به تحلیل غیر خطی هندسی یا تحلیل P-Δ معروف است بدست آورد. نرم افزارهای تحلیل سازه مانند SAP2000 یا ETABS2000 توانایی انجام این گونه تحلیل ها را دارند.



بار گذاری جانبی خطای ساخت و اجرا:

برای در نظر گرفتن خطای ساخت و اجرا باید در کلیه ترکیب بارهای ثقلی یک بار جانبی برابر $0.002\gamma_i$ در تراز هر طبقه در نظر گرفته شود. در این رابطه γ_i مجموع بارهای ثقلی طبقه است.



طراحی بدون در نظر گرفتن آثار مرتبه دوم:

در حالتی که مقاومت فشاری مورد نیاز P_r از $0.5P_y$ کمتر باشد بجای در نظر گرفتن

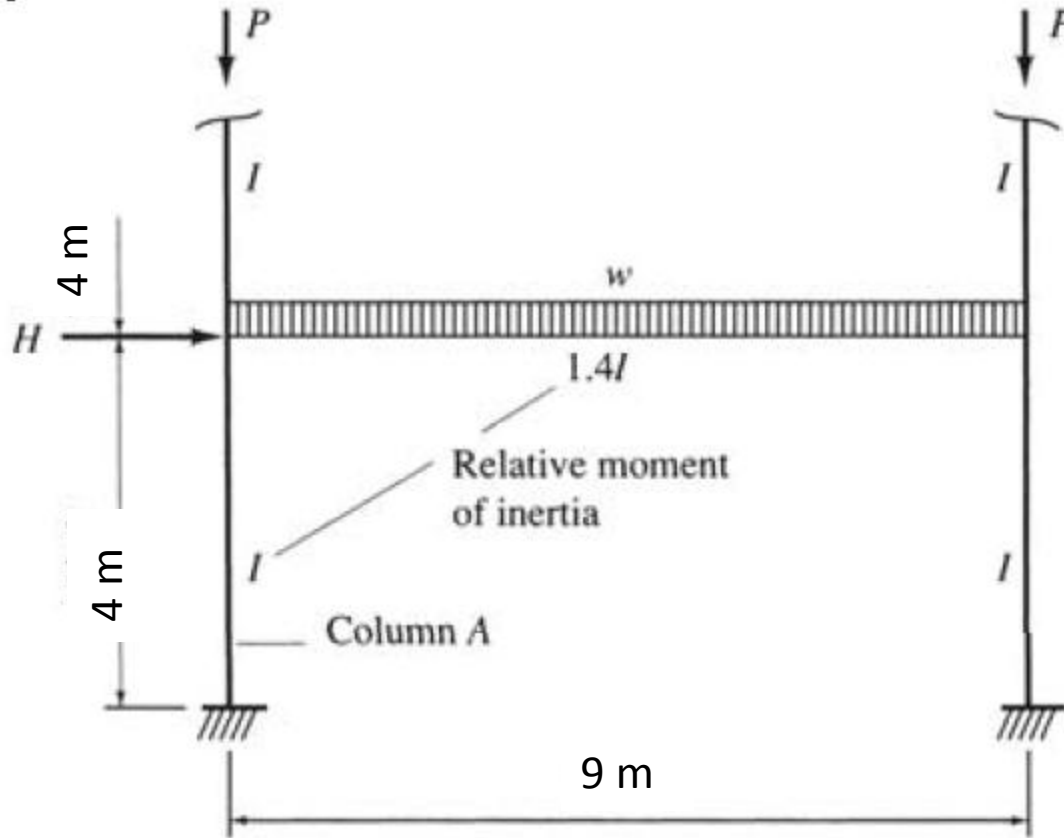
لنگرهای ثانویه می توان یک بار جانبی برابر $N_i = 2 \left(\frac{\Delta}{L} \right) y_i \geq 0.0042 y_i$ در تراز هر

طبقه و در کلیه ترکیب بارهای طراحی در نظر گرفته شود. در این حالت لنگر نهایی

باید با ضریب B تشدید شود.

$$M_r = B_1 (M_{nt} + M_{lt})$$

مثال : شکل زیر پایین ترین طبقه یک قاب مهارنشده چند طبقه را نشان می دهد. مقطع IPBV360 را برای ستون ها بررسی نمائید. ($F_y=3600$)



$P = 100$ تن مرده تن
بار زنده تن ۴۰

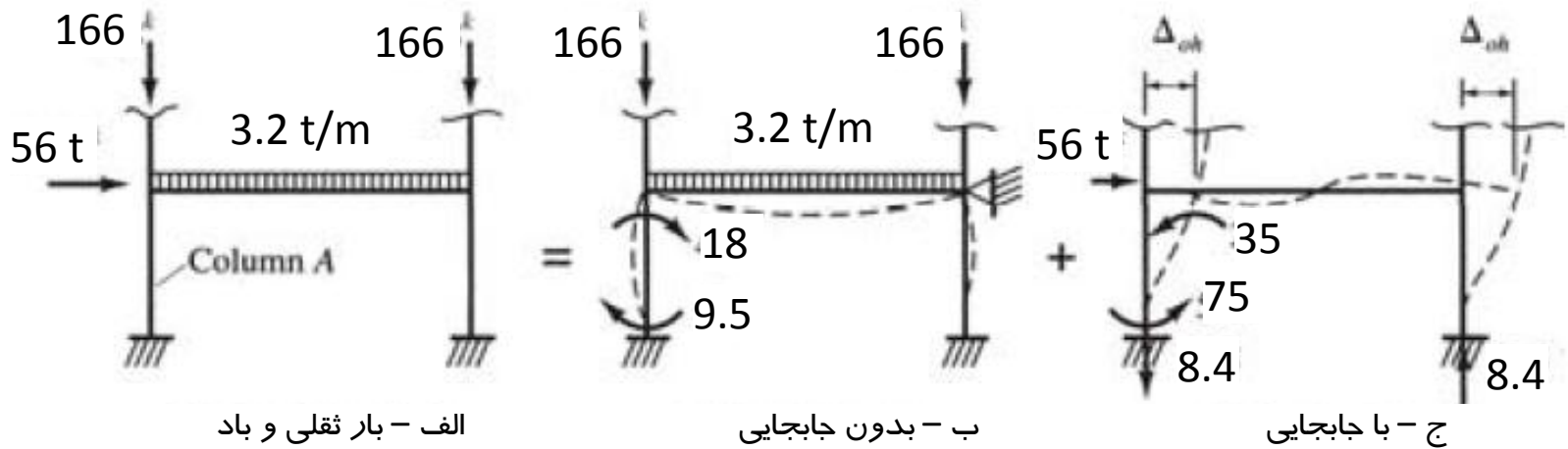
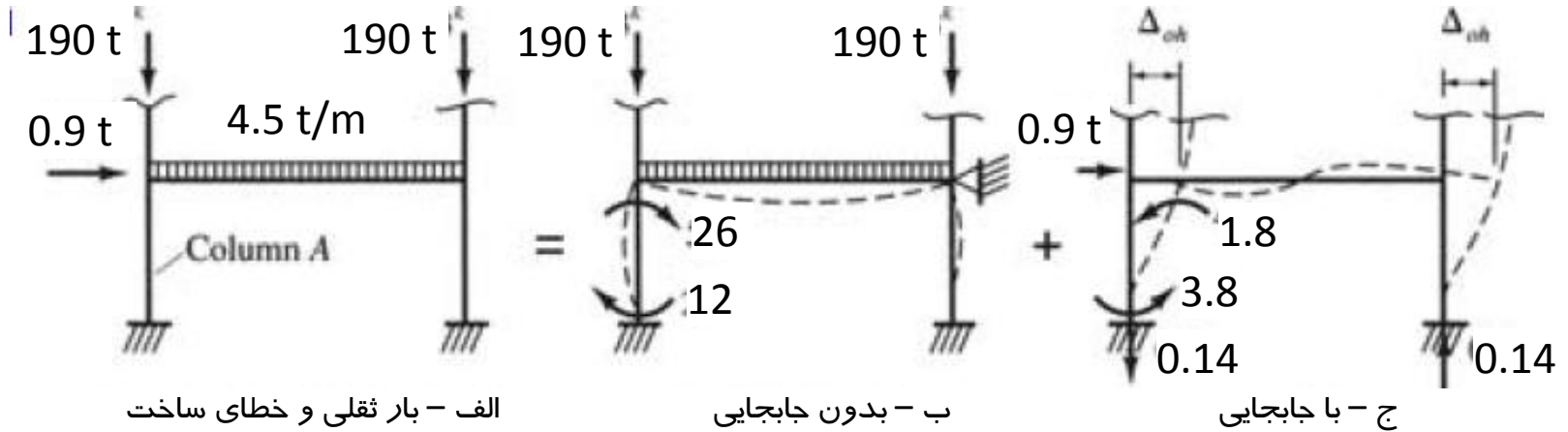
$w = 0.75$ تن بر متر مرده تن
بار زنده تن بر متر ۲/۲۵

$H = 35$ تن بار باد

فصل ششم - اعضای فشاری خمشی

روابط اندر کنش نیروی محوری و لنگر خمشی

سازه های فولادی ۱
دانشکده مهندسی
دانشگاه فردوسی مشهد





الف - بارهای قائم

$$P_u = 1.25 * 100 + 1.5 * 40 = 185 \text{ t}$$

$$w_u = 1.25 * 0.75 + 1.5 * 2.25 = 4.3125 \text{ t}$$

$$H_n = 0.002(2 * 185 + 9 * 4.3125) = 0.817$$

$$G_1 = 2(I/4)/(1.4I/9) = 3.2 \quad G_2 = 1 \quad K_x = 1.56 \quad K_y = 1$$

$$\lambda_x = K_x L_x / r_x = 1.56 * 4 / 0.1631 = 38 \quad \lambda_y = K_y L_y / r_y = 1 * 4 / 0.0782 = 51$$

$$F_{cr} = 2900 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi P_n = 0.9 * 2.9 * 319 = 832 \text{ t}$$

$$P_u / \phi P_n = (190 + 4.5 * 4.5 + 0.14) / 472 = 0.45$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{E/F_y} = 1.76 * 0.0782 \sqrt{2e6/3600} = 3.2 < 4 \text{ m}$$

$$L_y = 19520 \quad S_x = 4297 \quad C_w = 6324480 \quad r_{sr} = 9.04 \quad J = 1513 \quad h_0 = 35.5 \quad L_1 = 19.96 > 4$$

$$Z_x = 4989 \quad M_p = 179.6 \text{ tm} \quad M_n = 176.2 \text{ tm} \quad \phi M_n = 158.6 \text{ tm} \quad \text{مقطع فشرده است}$$

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) = 0.6 - 0.4(12/26) = 0.41$$

$$P_{e1} = \pi^2 EI_x / (KL)^2 = 5328 \text{ t} \quad P_u = 190 + 4.5 * 4.5 = 210.25 \text{ t}$$

$$B_1 = C_m / (1 - P_u/P_{e1}) = 0.41 / (1 - 210.25/5328) = 0.43 < 1 \quad B_1 = 1$$

$$P_{e2} = \pi^2 EI_x / (K_x L)^2 = 2189 \text{ t} \quad \sum P_{e2} = 2 * 2189 = 4378 \text{ t}$$

$$\sum P_u = 2 * 190 + 9 * 4.5 = 420.5 \text{ t}$$

$$B_2 = 1 / (1 - \sum P_u / \sum P_{e1}) = 1 / (1 - 420.5/4378) = 1.1$$



$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1 * 26 + 1.1 * 3.8 = 30.2 \text{ tm}$$

$$P_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 190 + 1.1 * 0.14 = 190.2 \text{ tm}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8 M_u}{9 \phi M_u} = \frac{190.2}{832} + \frac{8 * 30.2}{9 * 158.6} = 0.40 < 1 \quad OK.$$

ب - بار قائم و باد

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1 / M_2) = 0.6 - 0.4(9.5 / 18) = 0.39 < 0.4 \quad C_m = 0.4$$

$$P_{e1} = \pi^2 EI_x / (KL)^2 = 5328 \text{ t} \quad P_u = 166 + 4.5 * 3.2 = 180.4 \text{ t}$$

$$B_1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1}) = 0.4 / (1 - 180.4 / 5328) = 0.41 < 1 \quad B_1 = 1$$

$$P_{e2} = \pi^2 EI_x / (K_x L)^2 = 2189 \text{ t} \quad \sum P_{e2} = 2 * 2189 = 4378 \text{ t}$$

$$\sum P_u = 2 * 166 + 9 * 3.2 = 360.8 \text{ t}$$

$$B_2 = 1 / (1 - \sum P_u / \sum P_{e1}) = 1 / (1 - 360.8 / 4378) = 1.08$$

$$M_u = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} = 1 * 18 + 1.08 * 75 = 99 \text{ tm}$$

$$P_u = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 180.4 + 1.08 * 8.4 = 189.5 \text{ t}$$

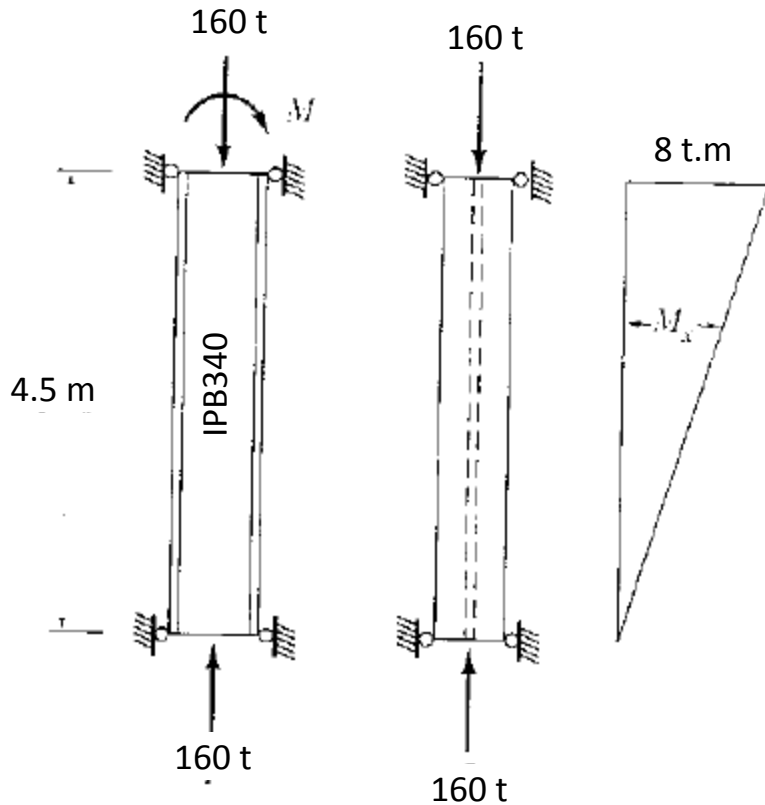
$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8 M_u}{9 \phi M_u} = \frac{189.5}{832} + \frac{8 * 99}{9 * 158.6} = 0.78 < 1 \quad OK.$$



روش تحلیل مستقیم (Direct Analysis method)

آیین نامه AISC2005 روش دیگری به نام روش تحلیل مستقیم را معرفی کرده است که در آن بجای استفاده از ضریب طول کمانش در محاسبه مقاومت محوری عضو، در تحلیل سازه از سختی کاهش یافته محوری و خمشی استفاده شده و در طراحی مقدار $K=1$ به کار برده می شود. در این روش بارگذاری خطای ساخت در همه ترکیبات بارگذاری اعمال می شود. مقدار سختی محوری کاهش یافته $EA^*=0.8EA$ و سختی خمشی کاهش یافته $EI^*=0.8EI$ است. τ_b عددی کوچکتر از یک است که به نیروی محوری بستگی دارد. مقدار بار جانبی خطای ساخت $0.002y_i$ است. در صورتی که $\tau_b=1$ در نظر گرفته شود مقدار بار جانبی خطای ساخت به $0.003y_i$ افزایش یافته و در محاسبه ضریب تشدید لنگر B_2 مقدار $K>1$ به کار برده می شود. (برای جزئیات بیشتر به آیین نامه مراجعه شود).

مثال ۱: کفایت نیمرخ نشان داده شده بررسی شود (سهم بار مرده ۲۵٪ و بار زنده ۷۵٪ است)



$$\lambda_{\max} = KL/r_y = 1 \times 450 / 7.53 = 59.8$$

$$P_u = (1.25 \times 0.25 + 1.5 \times 0.75) 160 = 230 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 2005 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi P_n = 0.9 \times 2.005 \times 170.9 = 308.3 \text{ t}$$

$$P_u / \phi P_n = 230 / 308.3 = 0.75 > 0.2$$

$$L_p = 50.8 r_y = 50.8 \times 0.0753 = 3.8 < 4.5 \text{ m}$$

$$I_y = 9690 \quad S_x = 2156 \quad C_w = 2800410 \quad r_{sr} = 8.74$$

$$J = 263 \quad h_0 = 31.85 \quad L_1 = 18.41 > 4.5$$

$$Z_x = 2408 \quad M_p = 57.8 \quad \phi M_n = 52$$

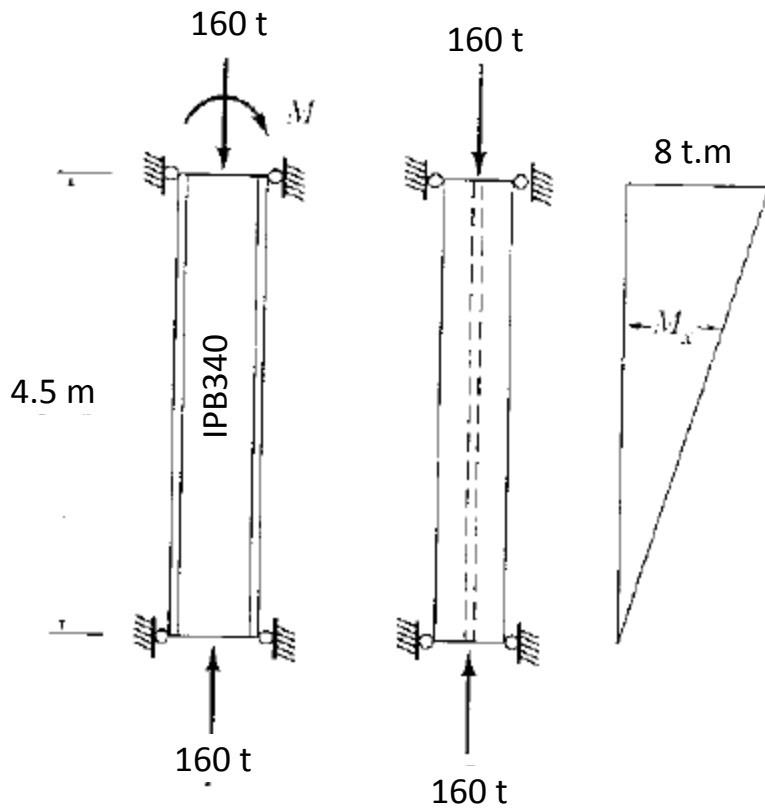
$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) = 0.6$$

$$M_{nt} = (1.25 \times 0.25 + 1.5 \times 0.75) 8 = 11.5 \text{ tm}$$

$$\lambda_x = KL/r_x = 1 \times 450 / 14.6 = 30.8$$



ادامه مثال ۱:



$$P_{e1} = \pi^2 EI / (KL)^2 = \pi^2 EI / (4.5)^2 = 3573 \text{ t}$$

$$B_1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1})$$

$$= 0.6 / (1 - 230 / 3573) = 0.64 < 1 \quad B_1 = 1$$

$$M_u = B_1 M_{nt} = 1 * 11.5 = 11.5 \text{ tm}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi M_n} = 0.75 + \frac{8}{9} \frac{11.5}{52} = 0.95 < 1 \quad OK.$$



طراحی تیر ستون ها:

$$\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi M_n} < 1 \quad P_u + \frac{8}{9} \frac{P_n}{M_n} M_u < \phi P_n$$

$$P_u + \frac{8}{9} \frac{F_{cr} A}{F_y S_x} M_u = P_u + \frac{8}{9} \frac{F_{cr}}{F_y} \frac{A}{S_x} M_u < \phi P_n$$

$$P_u + \frac{8}{9} M_u \beta_x \left(\frac{F_{cr}}{F_y} \right) < \phi P_n$$

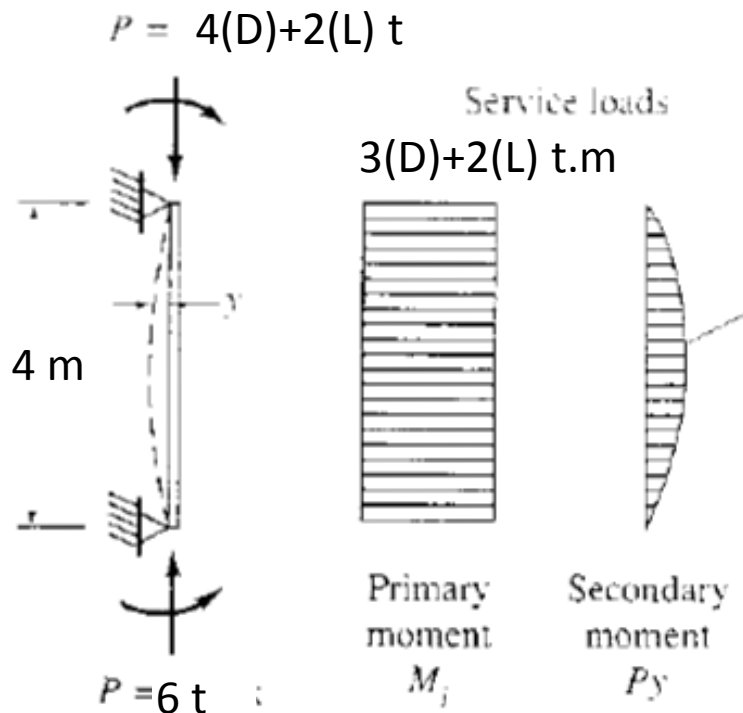
β_{ax} = bending factor = A_g/S

$$P_{EQ} = P_u + \frac{8}{9} M_u \beta_x \left(\frac{F_{cr}}{F_y} \right) \quad \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$$

$$P_{EQ} = \frac{P_u}{2} + M_u \beta_x \left(\frac{F_{cr}}{F_y} \right) \quad \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$$



مثال ۱: طراحی نیمرخ IPE



فرض $B=10$

$$P_u = 1.25 \cdot 4 + 1.5 \cdot 2 = 8$$

$$M_u = 1.25 \cdot 3 + 1.5 \cdot 2 = 6.75$$

$$P_{EQ} = P_u + BM_u (F_{cr} / F_y) = 8 + 10 \cdot 6.75 = 75.5 t$$

فرض $F_{cr} = 1500 \text{ kg/cm}^2$

$$A = 75500 / 0.9 / 1500 = 56 \text{ cm}^2 \quad \text{USE IPE330}$$

$$\lambda_{max} = KL / r_y = 1 \cdot 400 / 3.55 = 112$$

$$F_{cr} = 1270 \text{ kg/cm}^2 \quad F_{cr} / F_y = 1270 / 2400 = 0.53$$

$$P_{EQ} = P_u + BM_u (F_{cr} / F_y) = 8 + 10 \cdot 6.75 \cdot 0.53 = 44 t$$

$$A = P_u / \phi F_{cr} = 44000 / 0.9 / 1270 = 39$$

$$\text{USE IPE 270} \quad A = 45.9 \text{ cm}^2$$



ادامه مثال ۱:

طراحی نیمرخ IPE

$$\lambda_{\max} = KL/r_y = 1 \times 400 / 3.02 = 132$$

$$F_{cr} = 1133 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_u / \phi P_n = 8 / (0.9 \times 1.133 \times 45.9) = 0.17 < 0.2$$

$$L_p = 50.8 r_y = 50.8 \times 3.02 = 153 < 400$$

$$I_y = 420 \quad S_x = 429 \quad C_w = 76545 \quad r_{sr} = 3.64$$

$$J = 15.9 \quad h_0 = 25.98 \quad L_r = 5.36 > 4$$

$$Z_x = 484 \quad M_p = 11.6 \quad \phi M_n = 8.8 \text{ tm}$$

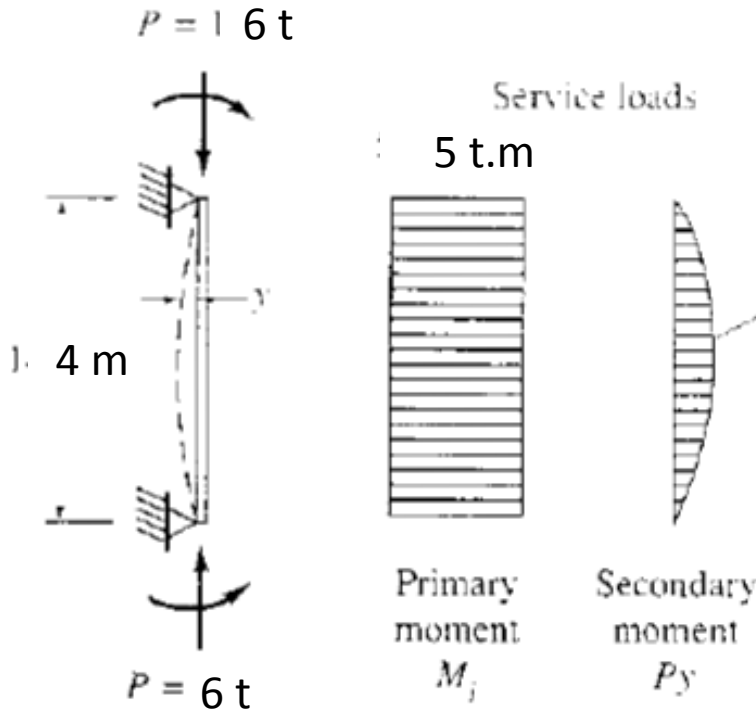
$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) = 0.6 - 0.4 \times (-1) = 1$$

$$P'_{e1} = \pi^2 EI / (KL)^2 = 714.3 \text{ t}$$

$$B_1 = C_m / (1 - P_u/P'_{e1}) = 1 / (1 - 8/714.3) = 1.01$$

$$M_u = B_1 M_{nt} = 1.01 \times 6.75 = 6.81$$

$$P_u / 2\phi P_n + (M_u / \phi M_n) = 0.17 / 2 + 6.81 / 8.8 = 0.86 < 1$$



$$P_L = 30 \quad P_D = 10$$

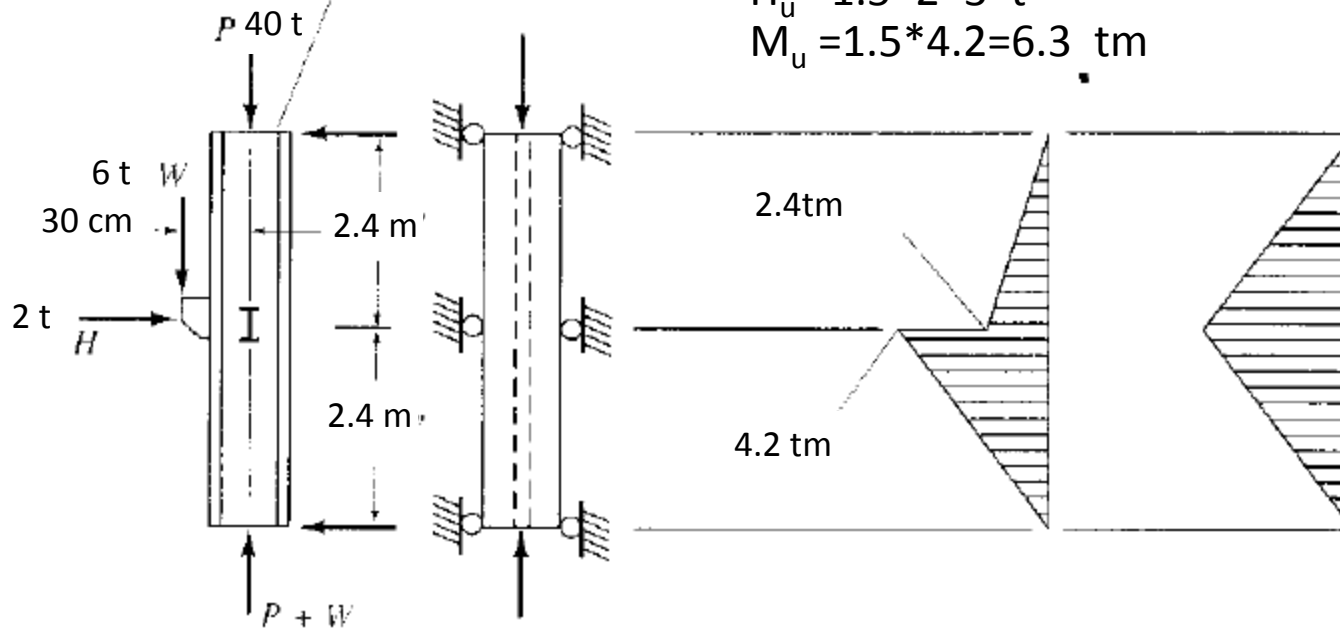
مثال ۲: طراحی نیمرخ IPB

Assume hinged supports in both directions, top and bottom.

$$P_u = 1.25 \cdot 10 + 1.5(30 + 6) = 66.5 \text{ t}$$

$$H_u = 1.5 \cdot 2 = 3 \text{ t}$$

$$M_u = 1.5 \cdot 4.2 = 6.3 \text{ tm}$$



(a) Loading

(b) Idealized primary moment

(c) Assumption for C_m



ادامه مثال ۲:

$$P_{EQ} = P_u + BM_u = 66.5 + 10 \times 6.3 = 129.5 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 1800 \text{ فرض} \quad A = 129500 / .9 / 1800 = 80 \text{ cm}^2 \quad \text{USE IPB200} \quad A = 78.1 \text{ cm}^2$$

$$\lambda_x = (KL/r)_x = 480 / 8.54 = 56 \quad \lambda_y = (KL/r)_y = 240 / 5.07 = 47 \quad \lambda_{\max} = 56 \quad F_{cr} = 2047 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_b = 240 < 50.8 r_y = 50.8 \times 5.07 = 257 \quad Z_x = 643 \quad M_p = 15.5 \quad \varphi M_n = \varphi M_p = 13.9$$

$$P_u / \varphi P_n = 66500 / 0.9 / 2047 / 78.1 = 0.46 > 0.2$$

$$P_{e1} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = \pi^2 * 2e6 * 78.1 / 56^2 = 491591 \text{ kg} = 491.6 \text{ t}$$

$$C_m = 1 - 0.2 P_u / P_{e1} = 1 - .2 \times 66.5 / 491.6 = 0.97$$

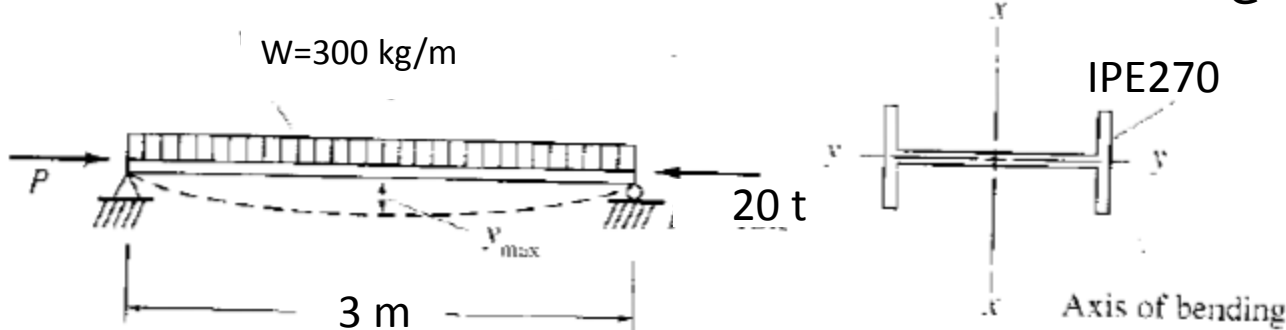
$$B1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1}) = 0.97 / (1 - 66.5 / 491.6) = 1.12 \quad M_u = B M_{nt} = 1.12 * 6.3 = 7.1 \text{ tm}$$

$$P_u / \varphi P_n + 8 M_u / \varphi M_n = 0.47 + 8 * 7.1 / 9 / 13.9 = 0.92 < 1$$

مثال ۳: کنترل نیمرخ IPE270

D=20% L=80%

W=300 kg/m



$$P_u = (1.25 \cdot 2 + 1.5 \cdot 0.8) 20 = 29 \quad w_u = (1.25 \cdot 2 + 1.5 \cdot 0.8) 300 = 435 \text{ kg/m}$$

$$\lambda_y = (KL/r)_y = 300/3.02 = 99.3 \quad F_{cr} = 1452 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi P_n = 0.9 \cdot 1.452 \cdot 45.9 = 60 \text{ t}$$

$$M_n = M_{py} = F_y Z_y = 2.33 < 1.6 F_y S_y = 2.39 \quad \phi M_n = 2.1 \text{ tm} \quad M_{nt} = 0.435 \times 3^2 / 8 = 0.4394 \text{ tm}$$

$$P_u / \phi P_n = 29/60 = 0.48 > 0.2$$

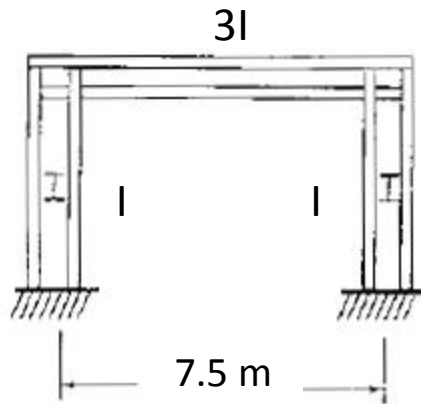
$$P_{e1} = \pi^2 EA / \lambda_y^2 = \pi^2 \cdot 2e6 \cdot 45.9 / 99.3^2 = 91792 \text{ kg} = 91.8 \text{ t} \quad C_m = 1$$

$$B1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1}) = 1 / (1 - 29/91.8) = 1.46 \quad M_u = B1 M_{nt} = 1.46 \cdot 0.4394 = 0.641 \text{ tm}$$

$$P_u / \phi P_n + 8M_u / 9\phi M_n = 0.48 + 8 \cdot 0.641 / 9 / 2.1 = 0.75 < 1$$

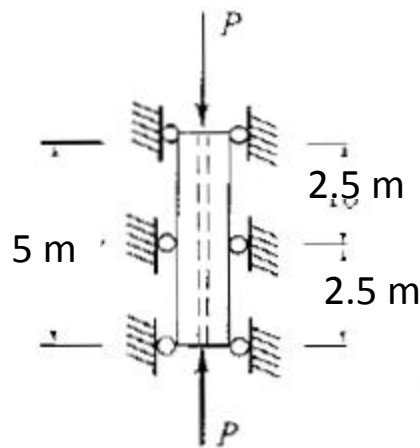
مثال ۴:

طراحی نیمرخ IPB
الف - قاب مهارشده



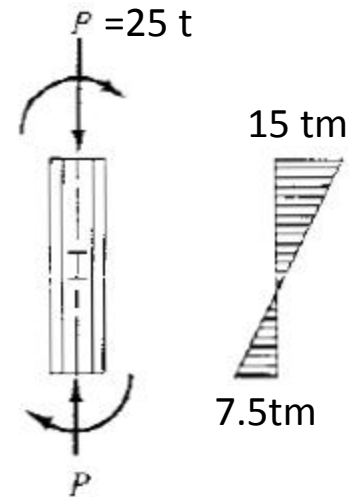
(a) Frame

$$G_A = 1 \quad G_B = (I/5) / (3I/7.5) = 0.5$$



(b) End view

$$K_x = 0.73$$



(c) Loading and moment diagram

$$P_{uEQ} = P_u + BM_u = 25 + 10 \times 15 = 175 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 1500 \quad \text{فرض} \quad A = P_{uEQ} / \varphi F_{cr} = 175000 / 0.9 / 1500 = 130 \text{ cm}^2 \quad \text{USE IPB240}$$



ادامه مثال ۴:

$$\lambda_x = (KL/r)_x = .73 \times 500 / 10.3 = 35.4 \quad \lambda_y = (KL/r)_y = 250 / 6.08 = 41 \quad \lambda_{\max} = 41 \quad F_{cr} = 2203 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_b = 250 < L_p = 50.8 r_y = 50.8 * 6.08 = 308$$

$$Z_x = 1053 \quad M_p = Z_x F_y = 25.3 \text{ tm} \quad M_n = \phi M_p = 22.7 \text{ tm}$$

$$P_n = 2.203 * 106 = 233.5 \text{ t} \quad P_u / \phi P_n = 25 / 9 / 233.5 = 12 < 0.2$$

$$P_{e1} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = \pi^2 * 2e6 * 106 / 35.4^2 = 1669663 \quad C_m = 0.6 - 0.4 M_1 / M_2 = 0.6 - 0.4 * 7.5 / 15 = 0.4$$

$$B1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1}) = 0.4 / (1 - 25 / 1669.7) = 0.41 < 1 \quad B1 = 1$$

$$P_u / 2\phi P_n + M_u / \phi M_p = 0.06 + 15 / 22.7 = 0.72 < 1 \quad \text{OK.}$$



ادامه مثال ۴:

ب: قاب مهار نشده

$$M_{lt} = 10 \text{ tm}$$

لنگر نهایی باد در دو انتها

$$G_A = 1 \quad G_B = (I/5)/(3I/7.5) = 0.5 \quad K_x = 1.22$$

$$P_u = 25 \text{ t} \quad M_u = 15 + 10 = 25 \text{ tm}$$

$$P_{uEQ} = P_u + BM_u = 25 + 10 \times 25 = 275 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 2000 \quad \text{فرض} \quad A = P_{uEQ} / \phi F_{cr} = 275000 / .9 / 2000 = 153 \text{ cm}^2 \quad \text{USE IPB300}$$

$$A = 149 \quad r_x = 13 \quad r_y = 7.58 \quad Z_x = 1869$$

$$\lambda_x = (KL/r)_x = 1.22 \times 500 / 13 = 47 \quad \lambda_y = (KL/r)_y = 250 / 7.58 = 33 \quad \lambda_{max} = 47 \quad F_{cr} = 2143 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_b = 250 < L_p = 50.8 r_y = 50.8 * 7.58 = 385 \quad M_p = Z_x F_y = 44.86 \text{ tm} \quad M_n = \phi M_p = 40.4 \text{ tm}$$

$$P_n = 2.143 * 149 = 319.3 \text{ t} \quad P_u / \phi P_n = 25 / .9 / 319.3 = 0.09 < 0.2$$

$$P_{e1} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = \pi^2 * 2e6 * 149 / (500/13)^2 = 1988212$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 M_1 / M_2 = 0.6 - 0.4 * 7.5 / 15 = 0.4$$



ادامه مثال ۴:

$$B1 = C_m / (1 - P_u / P_{e1}) = 0.4 / (1 - 25 / 1988.2) = 0.41 < 1 \quad B1 = 1$$

$$P_{e2} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = \pi^2 * 2e6 * 149 / (47)^2 = 1331435 \quad \sum P_{e2} = 2662871$$

$$B2 = 1 / (1 - \sum P_u / \sum P_{e2}) = 1 / (1 - 50 / 2662.9) = 1.02$$

$$M_u = B1 M_{nt} + B2 M_{lt} = 1 * 15 + 1.02 * 10 = 25.2$$

$$P_u / 2\phi P_n + M_u / \phi M_p = 0.09 / 2 + 25.2 / 40.4 = 0.67 < 1 \quad \text{check IPB280}$$

$$A = 131 \quad r_x = 12.1 \quad r_y = 7.1 \quad Z_x = 1534$$

$$\lambda_x = (KL/r)_x = 1.22 * 500 / 12.1 = 50 \quad \lambda_y = (KL/r)_y = 250 / 7.1 = 35 \quad \lambda_{max} = 50 \quad F_{cr} = 2113 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_b = 250 < L_p = 50.8 r_y = 50.8 * 7.1 = 360 \quad M_p = Z_x F_y = 46.8 \text{ tm} \quad M_n = \phi M_p = 33.1 \text{ tm}$$

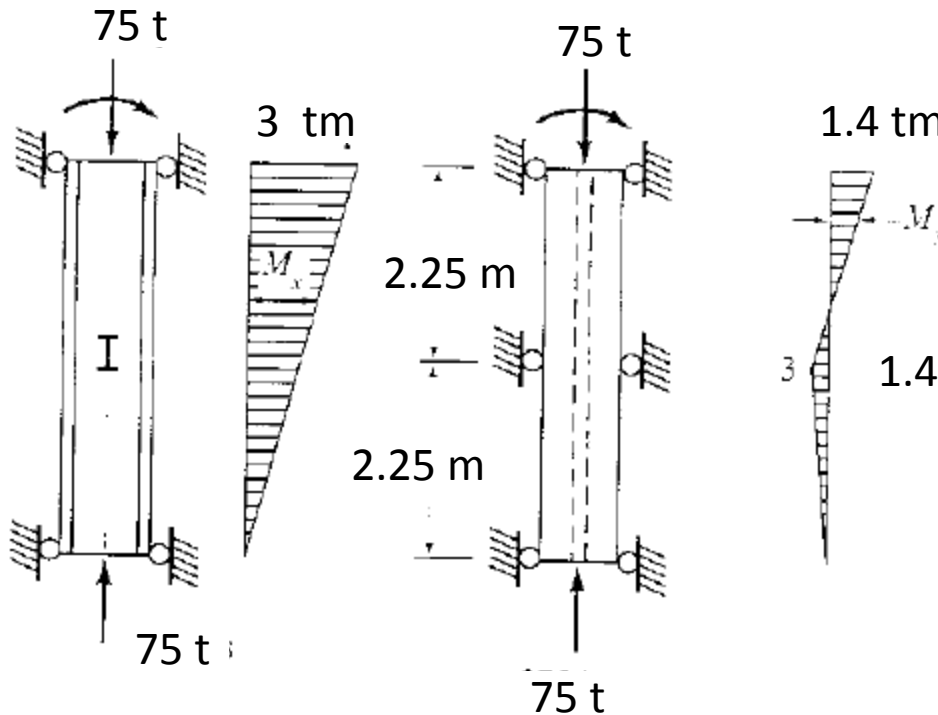
$$P_n = 2.113 * 131 = 276.8 \text{ t} \quad P_u / \phi P_n = 25 / 276.8 = 0.1 < 0.2$$

$$P_{e2} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = \pi^2 * 2e6 * 131 / (50)^2 = 1034334 \quad \sum P_{e2} = 2068669$$

$$B2 = 1 / (1 - \sum P_u / \sum P_{e2}) = 1 / (1 - 50 / 2068.7) = 1.03 \quad M_u = B1 M_{nt} + B2 M_{lt} = 1 * 15 + 1.03 * 10 = 25.3$$

$$P_u / 2\phi P_n + M_u / \phi M_p = 0.1 / 2 + 25.3 / 33.1 = 0.81 < 1 \quad \text{OK.}$$

مثال ۵: طراحی نیمرخ IPB



$$P_{uEQ} = P + B_x M_x + B_y M_y$$

$$P_{uEQ} = 75 + 10 \times 3 + 3 \times 1.4 = 109.2 \text{ t}$$

$$F_{cr} = 1500 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{فرض}$$

$$A = P_{EQ} / \varphi F_{cr} = 81 \text{ cm}^2$$

$$\text{USE IPB200 } A = 78.1 \text{ cm}^2$$

$$\lambda_x = (KL/r)_x = 450 / 8.54 = 52.7$$

$$\lambda_y = (KL/r)_y = 225 / 5.06 = 44.4$$

$$\lambda_{\max} = 52.7 \quad F_{cr} = 2081 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_n = 2.08 \times 78 = 162 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_u / \varphi P_n = 75 / 0.9 / 162 = 0.51 > 0.2$$



ادامه مثال ۵:

$$L_b = 220 < 50.8r_y = 50.8 * 5.06 = 257$$

$$M_{px} = Z_x F_y = 15.43 \text{ tm} \quad M_{nx} = \varphi M_{px} = 13.9 \text{ tm} \quad M_{py} = Z_y F_y = 7.34 \text{ tm} \quad M_{ny} = \varphi M_{py} = 6.6 \text{ tm}$$

$$\lambda_x = 52.7 \quad P_{e1x} = \pi^2 EA / \lambda_x^2 = 554 \text{ t} \quad \lambda_y = 44.4 \quad P_{e1y} = \pi^2 EA / \lambda_y^2 = 781 \text{ t}$$

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4M_1/M_2 = 0.6 \quad C_{my} = 0.6 - 0.4M_1/M_2 = 0.6 - 0.4 * 0.3 / 1.4 = 0.51$$

$$B_{1x} = C_{mx} / (1 - P_u / P_{e1x}) = 0.6 / (1 - 75 / 554) = 0.69 < 1 \quad B_{1x} = 1$$

$$B_{1y} = C_{my} / (1 - P_u / P_{e1y}) = 0.51 / (1 - 75 / 781) = 0.56 \quad B_{1y} = 1$$

$$M_{ux} = B_{1x} M_{nx} = 1 * 3 = 3 \quad M_{uy} = B_{1y} M_{ny} = 1 * 1.4 = 1.4$$

$$P_u / \varphi P_n + 8(M_{ux} / M_{nx} + M_{uy} / M_{ny}) / 9 = 0.51 + 8(3 / 13.9 + 1.4 / 6.6) / 9 = 0.89 < 1$$